Niveau(x) d'enseignement : 7 Numéro EDUQ : 9170667
Centre d'intérêt : 841

Ayme, Jean-Louis.

Une problématique en géométrie / par Jean-Louis Ayme. -- Montréal : Association des collèges du Québec, 1990.
78 f. : ill. ; 28 cm. -- (Fonds A.C.Q. ; 9)

Titre de la couv. : Problématique des énoncés en géométrie. "Cette recherche a bénéficié du support financier du Fonds A.C.Q. 1987-88" -- Couv. Bibliogr. : f. 74.

Vedette(s)-secondaire(s) : Association des collèges du Québec

Descripteur(s) : Géométrie * Problème * Exercice * Théorie * Collégial (Ordre d'enseignement)

Ce travail se veut une ébauche d'une méthode pour comprendre la problématique des textes de géométrie. L'auteur s'adresse aux enseignants et lui fait expérimenter diverses situations problématiques en géométrie et découvre avec eux les implications de ces situations. La démarche qu'il suit consiste d'abord à partir d'une figure géométrique sans notation, situation qui pose le problème de la perception de cette figure, puis de sa traduction par un texte écrit en bon français. Inversement, la donnée d'un texte de géométrie conduit à envisager les problèmes liés à la représentation de ce texte par une figure. Ensuite, l'auteur poursuit par la notation désignative (allégement d'un texte de géométrie) et les questions en géométrie parmi lesquelles il distingue les exercices des problèmes.

Type de document :

917067 f

AVERTISSEMENT

L'Association des collèges du Québec a créé le Fonds A.C.Q. pour encourager l'esprit de recherche dans l'enseignement et diffuser les résultats des recherches dans les collèges. Le support financier de l'Association ne couvre pas le coût réel des recherches et surtout ne paie pas à son vrai prix le travail intellectuel du chercheur. C'est pourquoi nous parlons seulement d'encouragement à la recherche. C'est pourquoi aussi les auteurs gardent tous les droits de publication et d'utilisation des résultats de leurs recherches, à moins que ces droits n'appartiennent, par un autre accord, au collège ou à un autre organisme pour lequel travaillent les auteurs.

Cependant, pour favoriser la diffusion de l'information sur l'état des recherches, les auteurs soutenus par le Fonds A.C.Q. s'engagent à mettre une copie de leurs travaux à la disposition de chaque collège membre de l'Association. Ainsi, l'Association n'est pas l'éditeur des rapports de recherches. Ceux-ci sont diffusés tels que reçus des chercheurs. Pour toute autre utilisation des résultats des recherches, on doit d'abord obtenir l'autorisation des auteurs ou, selon le cas, de leur collège.

Montréal, septembre 1990

UNE PROBLEMATIQUE

EN GEOMETRIE

par AYME Jean-Louis
Docteur ès sciences
Collège Marie-de-France
Montréal.

> " La recherche est vue comme un stimulant et comme peut-être le meilleur moyen de perfectionnement à la disposition des enseignants. Elle peut avoir des retombées significatives sur le collège. "

Extrait du rapport " Enseigner aujourd'hui au collège " du Conseil des Collèges 1986-87.

Le présent travail vise à créer une atmosphère de recherche qui fera revivre aux élèves un peu de l'activité des mathématiciens.
Ce que nous présentons est beaucoup plus une attitude du professeur qu'un savoir spécifique à transmettre à un élève.

La démarche suivie consiste à partir d'une figure géométrique sans notations ; immédiatement se pose le problème physiologique et philosophique de la perception de cette figure, puis de sa traduction par un texte écrit en bon français.
Inversement la donnée d'un texte de géométrie, nous conduit à envisager les problèmes liés à la représentation de ce texte par une figure.
L'étude se poursuit par la notation désignative qui apparaît comme un allégement d'un texte de géométrie, accentuée par les questions liées à ce dernier et enfin par les interrogations parmi lesquelles nous distinguons, par le biais des catégories de Bloom, les exercices des problèmes.
Cette démarche nous conduit indirectement à des invariants de la formation fondamentale à savoir, formation de la pensée, maîtrise de la langue écrite, autonomie personnelle ...

Ce travail a pour ambition d'apporter l'ébauche d'une méthode pour comprendre la problématique des textes de géométrie.

1. L'ESPACE DES TEXTES

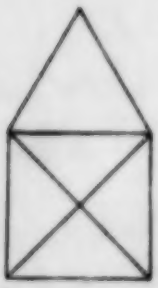
Ce que l'on conçoit bien s'énonce clairement. (Boileau 1636-1711)

En feuilletant divers manuels de géométrie plane, nous avons constaté que la plupart des exercices proposés au lecteur demandent explicitement ou implicitement de construire une figure, que certains s'appuient sur une figure pour alléger leur texte, que rares sont ceux qui prétent d'une figure annotée et qu'aucun n'ont pour point de départ une figure sans aucunes notations ; cette dernière situation peut se présenter lorsque le lecteur-géomètre est en possession d'un livre de géométrie écrit dans une langue avec un alphabet qu'il ne connait pas.

Ce chapitre a pour objet d'explorer une telle situation. Nous commencerons par associer à chaque figure son notation ou texte la décrivant, puis nous tenterons de dégager des principes régissant cette association et enfin nous passerons quelques enseignements que nous pourrons déduire d'une telle démarche.

A. EXEMPLES

1. La maison de Nicolas :

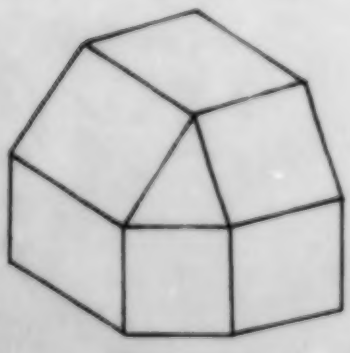


nombreux sont les écoliers allemands qui ont essayé de tracer cette figure sans lever le crayon en associant à chaque segment une syllabe de la phrase suivante : " das ist das Haus von Nikolaus ".

Un texte :

> dans un plan, on construit à l'extérieur d'un triangle équilatéral non déjà tracé un carré qui lui est adjacent par un côté, puis on trace ses diagonales.

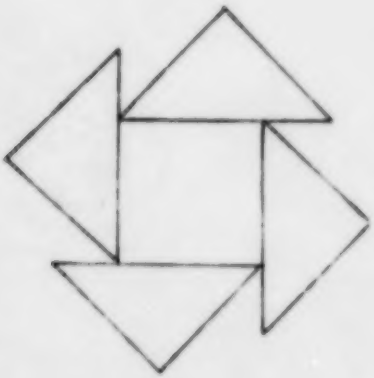
2. La figure de Vecten (1817) :



son texte :

> dans un plan, on construit à l'extérieur d'un triangle non déjà tracé d'abord dans les carrés qui sont respectivement adjacents par un côté à ce triangle, et ensuite, à l'extérieur de la figure obtenue, dans les parallélogrammes qui sont respectivement adjacents par deux côtés à cette figure.

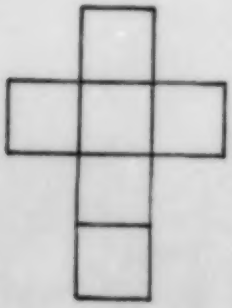
3. La figure d'Abul Wafa (940-998) :



un texte

dans un plan, on construit à l'extérieur d'un carré non dégénéré quatre triangles rectangles isocèles, extérieurs deux à deux, isométriques à celui déterminé par trois des sommets de ce carré et respectivement adjacents à ce carré par un segment, ce dernier étant d'une part un côté du carré et d'autre part inclus dans l'hypoténuse.

4. Un patron du cube :



un texte

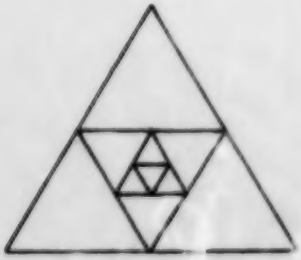
dans un plan, on construit d'abord un carré non dégénéré, ensuite les carrés qui sont respectivement adjacents par un côté à ce carré et enfin, à l'extérieur de la figure obtenue, un carré adjacent par un côté à un seul des carrés précédents.

5. Une frise :

un texte

dans un plan, on considère d'abord un triangle équilatéral non dégénéré, puis les sommets consécutifs de ce dernier ; ensuite, on construit successivement quatre triangles équilatéraux tels que chaque triangle soit extérieur et adjacent au précédent par deux points qui sont les deux derniers sommets mis en jeu.

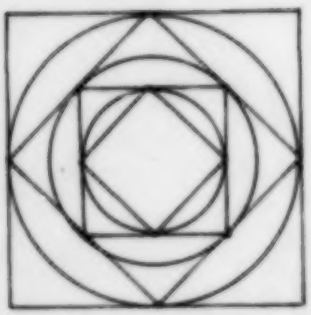
6. Triangles emboités :



un texte

dans un plan, on construit d'abord un triangle équilatéral non dégénéré et ensuite successivement trois triangles tels que chaque triangle soit le triangle médian du précédent.

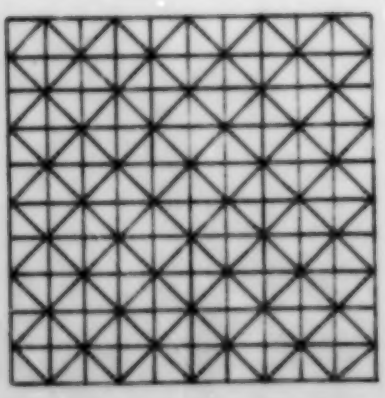
7. Des carrés et des cercles emboités :



un texte

dans un plan, on construit d'abord un carré non déterminé et ensuite alternativement un cercle puis un carré tels que chaque cercle soit inscrit dans le carré précédent, que chaque carré soit adjacent au carré précédent par quatre points qui sont le milieux des côtés de ce dernier, et ceci durant trois générations.

8. Un dessin :



un texte

dans un plan quadrillé, on considère un dessin : on hachure en noir, on trace la première diagonale et sur les cases blanches la seconde, puis on peint en blanc les cases noires.

B. D'UNE FIGURE A UN TEXTE

1. Les unités mentales :

placé devant un observateur absent, une figure déclenche chez ce dernier une sensation visuelle résultant de l'activité de ses récepteurs sensoriels, suivie de la formation d'un percept primaire en prise directe avec la figure.

Distinctes d'un percept, les images de mémoire dont l'évocation ne requiert pas une interaction directe avec l'environnement, ont déjà été considérées par Epicure, Lucrèce et Aristote. Aujourd'hui leur existence et leur matérialité ne peuvent être mises en doute, Shepard (1971) puis Kosslyn (1980) ont confirmé ces hypothèses par des expériences qui, tout en faisant intervenir l'interprétation du sujet, conduisent à des mesures reproductibles d'un sujet à l'autre.

A côté des images de mémoire, encore pourvues d'un contenu sensoriel, existent des représentations schématiques, plus abstraites qu'on appelle concepts, ces concepts ne possédant qu'une faible composante sensorielle sinon aucune.

Les percepts primaires, les images de mémoire et les concepts constituent les unités mentales.

2. La dynamique des unités mentales ; quelques idées-clefs :

nous ne pouvons considérer aucune unité en dehors de la possibilité de sa liaison avec d'autres unités (L. Wittgenstein 1921).
L'unité possède une forme qui limite ses possibilités et impossibilités combinatoires relativement aux autres unités (J. Bouveresse 1981).
Les unités s'imbriquent les unes dans les autres comme les éléments d'une chaîne et le déroulement successif dans le temps de cette chaîne constitue, en définitive, la pensée (Wittgenstein 1921).

3. Formes :

la machine cérébrale possède la propriété d'effectuer des opérations sur les unités mentales ; elle les évoque, les combine et de ce fait crée de nouveaux concepts, pour finalement, les comparer entre eux (J.P. Changeux, L'homme neuronal, 1983).

La reconnaissance d'une figure revient à comparer des concepts et des images de mémoire au percept primaire et l'identification à sélectionner les concepts adéquats ainsi qu'une organisation de ces derniers.
La reconnaissance et l'identification d'une figure conduit à une perception, résultant de la formation d'un percept global et de l'isomorphisme du percept primaire avec la figure. L'observateur alerte et attentif perçoit alors une figure par l'intermédiaire de sa forme.
Notons que la sensation visuelle liée à l'observation d'une figure peut donner lieu à plusieurs perceptions ayant
- soient des sens différents : une figure peut être perçue comme une figure géométrique ou comme un graphe non orienté
- soient le même sens : une figure peut être perçue comme une figure géométrique avec des organisations différentes.

4. La Gestalt :

le percept relevant traditionnellement de la psychologie, ceci nous amène à rappeler les fondements de l'école gestaltiste dont à l'origine se trouve un article que rédigea le psychologue viennois von Ehrenfels en 1890 (celui-ci traitait des Gestalt qualitäten et von Ehrenfels y démontrait, en recourant à des exemples simples, qu'une figure est irréductible à la somme de ses parties).

Ces fondements se résument aux propositions suivantes :

- l'observateur qui perçoit n'est pas uniquement la cible passive d'un bombardement sensoriel provenant de la figure.
- Il structure, organise ses propres perceptions et leur impose un rythme.
- Il transforme ainsi les perceptions déclenchées par le flot sensoriel envahissant en une expérience originale, en une forme (Gestalt) perçue sur une toile de fond.
- Parmi toutes les formes possibles se dégage une forme privilégiée caractérisée par son homogénéité et sa simplicité : c'est la loi de la "bonne forme" énoncée par Wertheimer (1880-1943).

La décomposition d'une figure géométrique s'oriente donc de manière à retrouver des unités géométriques usuelles pour lesquelles leur subordination à la figure se donne avec le plus d'évidence.
Notons qu'en 1961, Piaget conclut, à la suite de ses travaux, que la forme perçue est le résultat de la présence simultanée des éléments de la figure et de leurs relations spatiales, que cette résultante peut être l'objet d'analyse, qu'elle est une action du tout sur les parties, mais que l'on peut donner une explication de cette action en mettant en évidence le rôle joué par certains éléments de la figure.

3. Les objets mentaux :

L'hypothèse de J.P. Changeux se "fonde sur l'identification des unités mentales à des états d'activités physiques d'ensembles de neurones", ce dernier pouvant être mathématiquement décrit par des graphes; les unités mentales deviennent ainsi des objets mentaux.

Notons que cette hypothèse permet de construire une passerelle fragile entre le mental et le neural.
Précisons que les résultats expérimentaux suggèrent que les images de mémoire ont pour siège statistique l'hémisphère droit du cerveau et les concepts, l'hémisphère gauche.

6. Le langage :

avec son système arbitraire de signes, le langage sert d'intermédiaire entre le "langage de la pensée" (Fodor 1975) et le monde extérieur ; il sert à traduire les stimuli ou les événements en unités mentales, puis à partie des nouveaux concepts produits par la machine cérébrale, à les retraduire en processus externes (Changeux).

Notons que le langage de la pensée contient beaucoup moins d'arbitraire que le langage des mots.

7. Textes :

explorée sentairement, une figure ne peut être vue qu'en succession ; cette succession d'empans perceptifs engendre simultanément une chaîne de percepts et une chaîne de pensée constituée d'objets mentaux ; cette dernière chaîne est ensuite évoquée par une chaîne écrite i.e. un texte.
D'abord sentie visuellement, puis perçue une figure géométrique est ensuite décrite par un texte dont la structure (forme, gestalt) est isomorphe à une organisation perceptive d'un observateur-géomètre alerte et attentif.
Cependant nous ne pouvons pas affirmer que la structure du texte est isomorphe à celle de la pensée qui l'a produite.

C. TEXTES DE GEOMETRIE PLANE

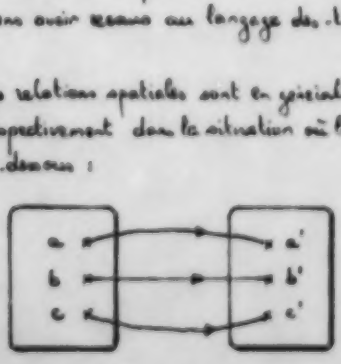
1. Les unités géométriques :

nous constatons que les unités géométriques (plan, sommets, triangles, carrés, cercles, ...) retenues sur les figures et mises en jeu dans les textes associés sont le résultat de différents facteurs ; l'identité, la simplicité, la clôture, la continuité de direction pour chaque partie de la clôture, les similitudes, la proximité, l'homogénéité, les symétries sont des facteurs qui contribuent d'une part à la sélection des unités et d'autre part à la réponse perceptive de l'observateur.
Notons que le plan joue le rôle de "toile de fond" de la figure perçue.

2. Les relations :

- parmi toutes les relations spatiales (distinct, intérieur, extérieur, symétrique, adjacent, ...) recensées dans les textes précédents se détache la relation d'adjacence ; elle apparaît comme un outil puissant nous donnant la possibilité de décrire n'importe quelle figure sans avoir recours au langage des transformations.

Les relations spatiales sont en général binaires ; elles conduisent à l'utilisation du mot-outil respectivement dans la situation où la correspondance est bijective comme dans le diagramme ci-dessous :

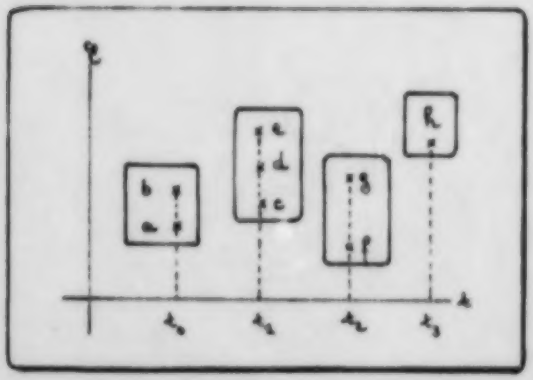


les figures a, b et c sont, respectivement, en relation spatiale avec les figures respectives a', b' et c'.

* Les relations de succession dans le temps résultent du fait qu'une figure explorée oculairement ne peut être vue qu'en succession ; elles se traduisent par l'emploi de mots outils tels que puis, successivement, ...

Pour recenser diverses situations de succession dans le temps qui peuvent se présenter dans l'élaboration d'un texte de géométrie associé à une figure, nous proposons un ensemble de graphes dans l'espace temps caractérisant des situations possibles ; chaque croix représente une figure désignée par une lettre minuscule de l'alphabet français.

Situation ① :



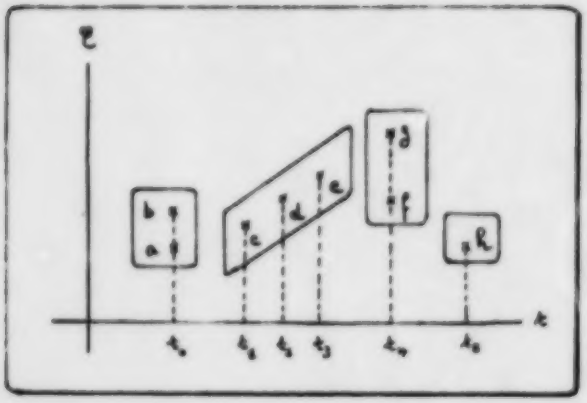
Les mots outils associés à cette situation

dans un plan,
on considère les figures a et b,
puis les figures c, d et e,
puis les figures f et g
puis la figure h.

commentaires : notre considération porte sur une liste finie d'ensembles, non ordonnés, de figures ; l'emploi répété de puis indique que ces ensembles sont en succession dans le temps ; les figures mises en jeu dans chaque ensemble sont considérées simultanément.

Situation ② :

Le mot-outil de cette situation

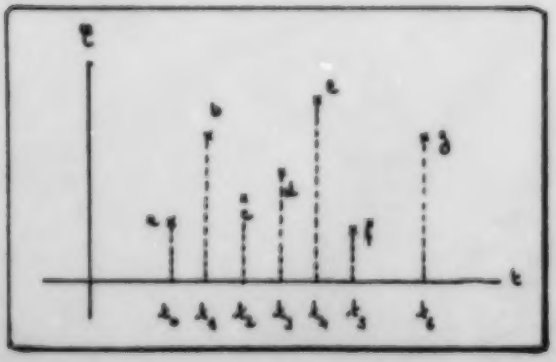


dans un plan,
on considère : les figures a et b
puis successivement : les figures c, d et e
puis : la figure f et g
puis : la figure h.

commentaires : notre considération porte sur une liste finie d'ensembles de figures ; ces ensembles sont en succession dans le temps, et dans cette liste un ensemble a été totalement ordonné en fonction de date de prise en considération de ses figures.

Situation ③ :

Le mot-outil associé à cette situation

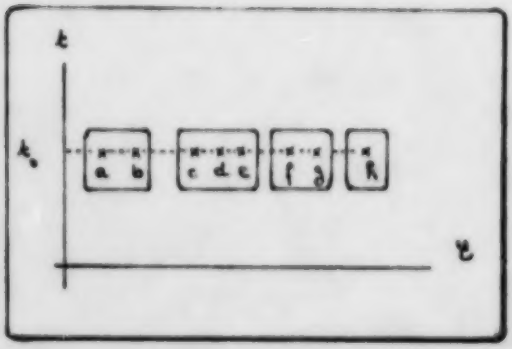


dans un plan,
on considère successivement
les figures a, b, c, d, e, f et g.

commentaires : notre considération porte sur une liste finie de figures en succession dans le temps.

« Les relations de succession dans l'espace résultent du fait qu'une forme perçue (d'une figure) est le résultat de la position simultanée de l'ensemble de la figure et de leurs relations spatiales (Piaget) ; un énoncé lié à la forme perçue ne dépend pas du temps et est associé à l'idée de construction.
Les relations de succession dans l'espace se traduisent par l'emploi des mots outils d'abord, ensuite, successivement, alternativement, consécutif, enfin, ...

Situation ① :



Le mot outil associé à cette situation

dans un plan,
on considère la figure a et b,
ensuite la figure c, d et e,
ensuite la figure f et g
et ensuite la figure h.

commentaire : notre considération porte sur une liste finie d'ensembles de figures ; ces ensembles sont en succession dans l'espace et ceci est traduit par la répétition du mot outil ensuite.

A partir de cette situation, envisageons la situations suivantes

Situation ② :
mettre un ordre total sur l'un des ensembles contenant au moins deux figures se traduit par le mot outil successivement lorsque l'on énumère la figures de cet ensemble ordonné ; nous pouvons alors parler de figures constitutives de ".

Situation ③ :

préciser le début et ou la fin de cette liste d'ensembles se traduit par les mots-outils d'abord et ou enfin ; ceci revient à considérer une suite finie d'ensembles de figures. De plus, si nous considérons un ordre total sur tous les ensembles ceci revient à considérer une suite finie de figures ; nous employons à ce sujet les mots-outils d'abord, successivement, enfin.

Situation ④ :

considérons comme début un ensemble finie de figures et une ou plusieurs relations permettant de construire un seul ensemble de figure à partir de l'ensemble de départ ; itérons ce procédé n fois. Cette situation est traduite, en particulier, par les mots-outils successivement, alternativement, génération.
Cette situation caractérise une suite finie (multiple alternée) récurrente.
L'emploi du mot-outil ainsi de suite permet d'envisager des suites récurrentes infinies.

Notons que la (ou les) relation(s) qui permettent de construire un seul ensemble de figures à partir de l'ensemble de départ sont définies à l'aide des relations spatiales que nous avons mentionnées précédemment. Ces relations spatiales sont alors précédées par le mot-outil tel que.

3. Caractéristiques d'un texte de géométrie plane :

. il serait judicieux de prendre conscience que la géométrie a toujours été considérée par les mathématiciens comme le parent pauvre à côté de disciplines comme l'algèbre ou l'analyse du fait de ses origines expérimentales ; pour cette raison nous ne retiendrons pas les textes qui mettent en jeu les relations de succession dans le temps.
Dans cette optique, un texte mathématique est indépendant du temps et ceci nous permet de le considérer sous l'angle de la Gestalt.

. Soumis à une communauté scientifique à laquelle appartient l'observateur-géomètre, ce dernier doit avoir le souci d'utiliser le pronom relatif on pour appuyer sa neutralité de rédacteur ou le pronom relatif nous pour marquer son appartenance à cette communauté.

. Deux tendances peuvent se dégager dans les textes retenus :
- l'une statique, caractérisée par l'emploi du verbe considérer ; elle marque l'accent sur la figure achevée et se retrouve lorsqu'une unité géométrique est identifiée par un nom
- l'autre dynamique, caractérisée par l'emploi des verbes construire, tracer, ... ; elle marque l'accent sur les actes de construction de la figure et se retrouve lorsqu'une unité géométrique n'est pas identifiée par un nom.

. Pour une même Gestalt, plusieurs textes peuvent être rédigés.
Nous retiendrons celui écrit en bon français, n'ayant aucune redondance et ambiguïté, n'utilisant aucun symbole mathématique et s'adressant à la communauté scientifique.

. Pour des Gestalt irréductibles, nous retiendrons les textes répondant à la loi de la "bonne forme".

. Ce principe de sélection ne conduit pas nécessairement à l'obtention d'un seul texte ; les textes retenus diffèrent alors de par leur style.

. Notons qu'une figure est beaucoup plus riche en information qu'un texte qui lui est associé, et que nous parlerons de la richesse d'un texte dans le chapitre suivant.

D. ENSEIGNEMENTS

Nous venons de constater que la démarche qui consiste à décrire par un texte une figure est une expérience délicate qui nécessite une bonne connaissance des difficultés qui peuvent se présenter et des idées qui sous-tendent cette démarche ; cette dernière contribue à développer sur un plan plus général notre aptitude à communiquer et à rédiger un texte.

Cette expérience nous permet, en particulier, d'approcher géométriquement le concept de suite et par voie de conséquence le concept d'algorithme, de démonstration ...

Notons que nous n'avons pas exploré complètement "l'espace" des textes ; un recensement de figures simples conduirait à la mise en œuvre dans les textes associés du concept de subdivision pouvant conduire à une meilleure approche du théorème de Thalès, de l'intégrale de Riemann .....

Nous devons maintenant envisager le cheminement inverse, i.e., partir d'un texte géométrique, construire la figure qui lui est associée et aller ainsi à la découverte de l'"espace des figures".

2. ESPACE DES FIGURES

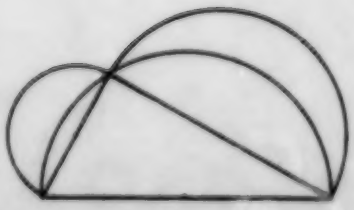
Les géomètres se servent de figures visibles et raisonnent sur ces figures, quoique ce ne sont point à elles qu'ils pensent, mais à celles dont elles sont l'image. Toutes les figures qu'ils modèlent ou dessinent, telles des ombres que l'eau reflète, ils les emploient comme des représentations, cherchant à voir au travers d'elles ces objets originaux qui ne sont visibles que par la pensée idéalisatrice.

Platon (428-348 a.J.C)
La République.

A. UN TEXTE ET UNE FIGURE ASSOCIEE

Les lunules d'Hippocrate (460-377 a.J.C.) :

sur les côtés d'un triangle rectangle, on décrit trois demi-cercles de façon que l'un passe par le sommet de l'angle droit et que les autres soient à l'extérieur du triangle.



B. D'UN TEXTE A UNE FIGURE

1. Savoir écrire un texte :

nous avons répertorié, d'une façon non exhaustive, dans le précédent chapitre, les idées qui sous-tendent la démarche visant à savoir écrire un texte de géométrie ; la prise en considération de ces idées nous permettent de savoir si un texte est bien écrit ; dans le cas contraire, nous sommes conduits à réécrire ce texte.

2. Savoir lire un texte :

inversement, la prise en considération de ces mêmes idées nous permettent de savoir lire un texte de géométrie puisqu'elle contribuent, dans une certaine mesure, à construire dans l'hémisphère droit du cerveau du lecteur-géomètre actif et attentif une image mentale. Dans le cas où cette construction est complète, une visualisation progressive de la figure, à l'aide d'instruments, sur une surface plane, permet au lecteur de remplacer l'image mentale par un percept global sur lequel peut opérer sa machine cérébrale.

3. Des supports :

dans l'Antiquité, le croissant fertile, le nord de la Chine et le pied de l'Himalaya sont les seuls foyers de civilisation.
L'écriture apparaît entre 3500-3200 en Egypte et vers 2000 a.J.C. en Chine.

Faute de papier, les supports de l'écriture sont alors très divers.
Dès 3000 a.J.C., les égyptiens fabriquent une sorte de "papier" à partir des 10 à 12 pellicules végétales qui composent la moelle d'un roseau du bord du Nil : le papyrus qui

Ces pellicules, découpés et assemblées, permettent la confection de feuilles de "papier" sur lesquelles le scribe peut déjà écrire à l'encre.
Les papyrus de Moscou (1850 a.J.C.), Rhind (1600 a.J.C., attribué à Ahmès) et de Berlin témoignent de l'activité des égyptiens dans le calcul des aires et des volumes.
Des peaux appelées comme le rouleau de cuir des mathématiques égyptiennes, des tablettes d'argile cuites comme celles retrouvées dans la bibliothèque d'Assourbanipal à Ninive (669-627 a.J.C) sont aussi utilisées comme support.
Enfin le papier, obtenu à partir d'une pate à fibre, apparaît en Chine en 105 de notre ère (mémoire de Tsai-Lun) ou plus tôt vers 210 a.J.C (Mong Tien) comme le pense certains historiens.

L'année 570 voit la naissance de Mahomet. En 622, il émigre à Médine ; cette émigration s'appelle l'Hégire et cette année est la première de l'ère musulmane.
A la mort du prophète auquel on prête ce conseil "chercher la science fût-ce en Chine !" sa religion va s'élancer à la conquête du monde.
La route de la soie, connue des Arabes, permet à Quotaiba de s'installer dans l'antique Sogdiane (Ouzbékistan). Après la bataille de Tala en 751, les arabes découvrent, parmi leurs prisonniers, des artisans papetiers.
C'est par l'Espagne musulmane que le papier gagne l'Europe au XII ième siècle : des pèlerins français à St Jacques de Compostelle en ramènent quelques feuillets et il faudra attendre le XIV-ième siècle pour que les français et les italiens commencent à en fabriquer.

Comme autre support signalons le tableau initialement en bois peint en noir, puis en ardoise grise, puis en verre dépoli avec fond gris ou vert, puis métallique peint en vert et enfin en bois léger recouvert d'un film de plastique blanc.
Signalons aussi les transparents employés dans l'utilisation du rétroprojecteur.

Aujourd'hui le développement de l'électronique et de la cristallographie nous apporte comme nouveau support l'écran couleur du moniteur avec des résolutions de plus en plus hautes.

4. Des outils :

* Les marqueurs :

ils permettent de laisser une trace matérielle sur les supports. Bâtons de craie de couleur plus ou moins compacte, crayons à mine de graphite ou d'un produit équivalent dont la pointe est bien taillée, stylos à encre colorée plus ou moins grasse dont la pointe peut être une plume, une bille, du feutre, du nylon ou une tige rétractile, tire-lignes et stylos électroniques sont actuellement les principaux marqueurs.
Un marqueur permet de représenter un point par une marque ronde comme celle sur un i ou par l'intersection de deux lignes.

* Les effaceurs :

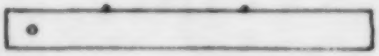
les gommes à crayon ou à encre, les dissolvant, le liquide blanc à séchage rapide qui recouvre les feutres, les grattoirs comme la lame de rasoir, les brosses et éponges posées sur les rebords des tableaux sont actuellement les principaux effaceurs de traces.
Signalons que la gomme endommage moins la surface du papier que le grattoir,
que la brosse non dépoussiérée salit le tableau,
que le correcteur jaunit légèrement le papier blanc,
et que le liquide blanc jaunit avec le temps.
Une réflexion s'impose donc avant de laisser une trace sur un support.
Notons que l'écran du moniteur est un support idéal en dehors du problème de sa résolution.

* Les instruments : ils permettent de tracer des figures simples.

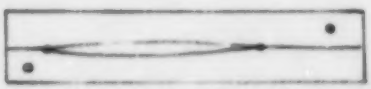
. La règle : la droite en géométrie euclidienne se représente sur un support plan par une ligne droite.

Pour tracer une ligne droite, on se sert d'une règle dont les faces sont planes et les bords taillés en ligne droite.

Si la ligne droite doit passer par deux points donnés, on applique la règle sur le papier et on amène l'un des bords de la règle à passer par ces deux points ; puis avec la pointe fine d'un marqueur, on trace une ligne sur le support plan en suivant exactement le bord de la règle.



Avant d'employer une règle, il faut la vérifier i.e. s'assurer que le bord dont on se sert est bien en ligne droite. A cet effet, on trace avec la règle une ligne sur le support-plan et sur cette ligne on marque deux points ; puis on fait glisser la règle sans changer la face appuyée contre le support, de façon que l'extrémité, voisine de l'un des points, vienne se placer près de l'autre et ceci de sorte que le bord passe encore par les deux points ; on trace une nouvelle ligne en suivant ce même bord.
Si la règle est bonne, la seconde ligne coïncide exactement avec la première ; dans le cas contraire, les deux lignes sont différentes et la règle est défectueuse.

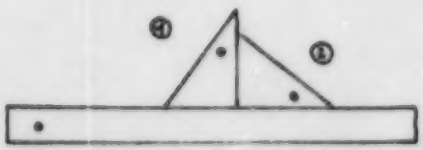


Notons que nous identifierons par la suite droite et ligne droite.

• <u>L'équerre :</u> deux droites perpendiculaires en géométrie euclidienne se représentant par deux lignes droites se coupant à angle droit.

L'équerre est un triangle rectangle en bois ou en métal ou en plastique, qui sert à tracer des perpendiculaires et des parallèles.

Avant d'employer une équerre, on doit la vérifier, c'est-à-dire s'assurer que les trois bords constituent de bonnes règles, et que l'un des angles est rigoureusement droit.
La première vérification se fait comme nous l'avons expliqué pour la règle.
Pour la seconde vérification, on applique un côté de l'angle droit contre une bonne règle et avec un marqueur à pointe fine on trace une ligne suivant l'autre côté ; puis on fait glisser l'équerre sur le support-plan, sans changer la face appuyée contre le support, de façon à l'amener dans la position ②. On trace une nouvelle droite suivant le côté de l'angle droit qui ne coïncide pas avec la règle.
Si l'angle "droit" de l'équerre est vraiment droit, les deux droites tracées coïncident ; si l'angle n'est pas droit, la coïncidence n'a pas lieu.



• <u>Le compas :</u> un cercle en géométrie euclidienne plane se représente par une circonférence. Pour tracer une circonférence, on se sert d'un instrument appelé "compas".

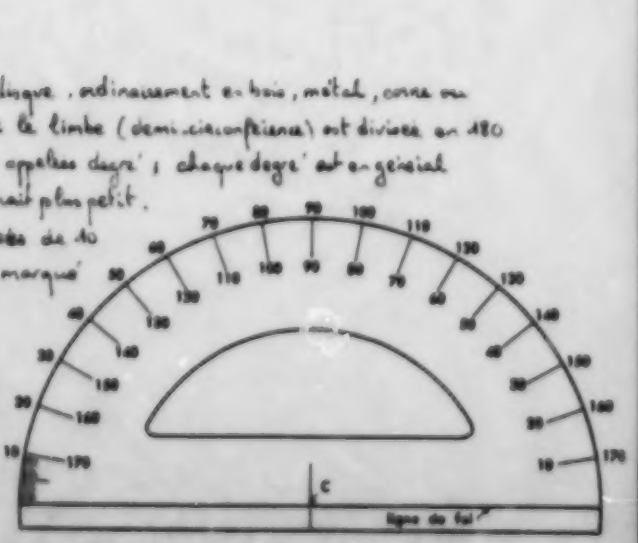
Le compas se compose de deux branches métalliques ou plastiques terminées en pointe, et reliées par un axe autour duquel elles tournent avec frottement. Ce frottement doit être suffisant pour maintenir invariable l'écartement des branches quand on manie le compas sans secousse, de façon à faire varier progressivement la distance des deux pointes. Une vis placée en tête du compas permet de serrer plus ou moins fortement les deux branches l'une contre l'autre, et par là d'augmenter ou de diminuer le frottement à volonté.

Pour tracer, d'un point pris comme centre, une circonférence de rayon égal à une longueur déterminée par deux points a et b d'un support-plan, il suffit d'ouvrir le compas de façon que les deux pointes reposent l'une sur le point a, l'autre sur b, de placer ensuite la pointe sèche sur le centre, et de faire mouvoir l'autre pointe sur le support tandis que la première reste fixe.

Selon les écartements de compas nécessaire dans la construction d'une figure, les géomètres utilisent les termes de "bar, diène, ... compas".

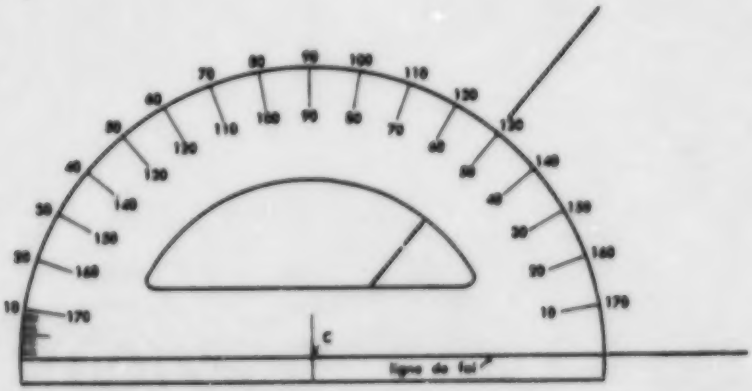
Notons que nous identifierons par la suite circonférence et cercle.

• <u>Le rapporteur :</u> c'est un demi-disque, ordinairement en bois, métal, corne ou plastique dont le limbe (demi-circonférence) est divisée en 180 parties égales appelées degré ; chaque degré est en général subdivisé en deux demi-degré par un trait plus petit. Les divisions sont marquées et numérotées de 10 en 10 dans les deux sens ; le centre est marqué par un petit trou ou par l'intersection de deux lignes perpendiculaires.



On se sert du rapporteur pour évaluer en degré un angle donné, et pour tracer un angle d'un nombre déterminé de degré.

Pour mesurer avec le rapporteur un angle, on place le centre du rapporteur au sommet de l'angle, on dirige la ligne de foi (le diamètre 0°-180°) sur l'un des côtés de l'angle, et on lit sur le limbe le nombre de degré et la fraction de degré que contient l'arc compris entre les côtés de l'angle.



Avant d'employer un rapporteur, il faut le vérifier c.à.d. s'assurer que les 180 divisions du limbe sont égales entre elles. A cet effet, on trace un angle d'un certain nombre de degré, on place le centre du rapporteur au sommet de l'angle, et on fait tourner le rapporteur autour de ce point. Si les divisions du rapporteur sont égales, il est évident que le nombre des divisions comprises entre les côtés de l'angle donné doit rester constant.

• <u>La règle graduée, le double décimètre :</u>

pour ces instruments, le lecteur fera mutatis mutandis ce qui a été dit au sujet du rapporteur pour sa vérification.

• <u>La plaquette de patrons :</u> c'est une feuille de plastique dans laquelle ont été découpés des cercles, des carrés, des triangles, des parallélogrammes, des losanges, des trapèzes,.....

Elle permet au géomètre de tracer très rapidement une figure simple.

• <u>Le pistolet :</u> c'est une planchette très mince, aujourd'hui en plastique, permettant de tracer par raccordement toute sorte de courbe.

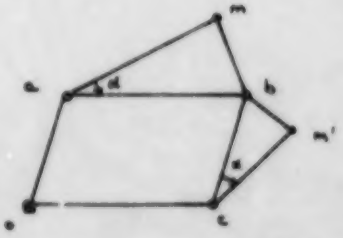
En effet, dans certaines situations, nous ne pouvons construire qu'un ensemble fini de points que nous relions par la suite avec un pistolet.

• <u>Autres instruments :</u>

mentionnons le translateur lié à la translation, le pantographe à l'homothétie positive, le symétriseur à l'homothétie négative, et les inventeurs de Peaucellier (1864) et de Hart, à l'inversion.

Ces instruments résultent du mouvement de barres articulées les unes par rapport aux autres.

translateur de Kempe



Le pantographe de Sylvester pour la rotation de centre o et d'angle α.
(Les triangles abm et cbm' sont semblables et rétrécissent).

- point fixe permettant le pivotement
- articulation
- point relié au tracage

5. Construction d'une figure :

L'étape de la construction d'une figure, associée à un texte de géométrie plane, sur un support choisi ou imposé, avec des instruments correspondant à ce support, ces instruments étant précisés ou non, est précédée d'au moins trois autres étapes.

* Etape 1 : Le recensement des données

La lecture en compréhension d'un texte, nous conduit à établir la liste exhaustive des données. A titre d'exemple, considérons le texte suivant :

Dans un plan, on considère la perpendiculaire, passant par un point, à une droite ne contenant pas ce point.

Les données	
1	un plan
2	une droite de ce plan
3	un point du plan, nonsitué sur cette droite
4	une droite du plan, perpendiculaire à cette dernière et passant par ce point.

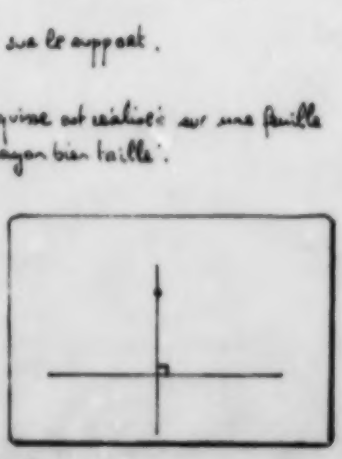
* Etape 2 : la cohérence des données et une esquisse de la figure

• rappelons qu'une figure envisagée sous l'angle de la géométrie élémentaire par un observateur alerte et attentif conduit à un texte dont la structure est isomorphe à une organisation perceptive de cet observateur.

• En convenant de représenter un plan par une feuille de papier posée sur un bureau, une droite par une ligne droite, un point par une petite marque ronde comme celle sur un i ....., un texte de géométrie élémentaire conduit à une figure dont la configuration doit être isomorphe au texte ; si ce n'est pas le cas, le texte n'est pas cohérent
Pour étudier la cohérence d'un texte de géométrie élémentaire, nous pouvons le faire soit sur le texte lui-même, ce qui n'est pas aisé, mais préférable, soit en traduisant progressivement les unités géométriques mises en jeu dans le texte par des figures pour lesquelles on se pose la question de leur existence et de leur position relative ; on répond à ces questions en fonction des axiomes de la géométrie élémentaire.
Cette traduction progressive du texte par des figures peut être dans un premier temps une esquisse et dans un deuxième temps, une figure construite soigneusement avec des instruments si le texte est cohérent.

• Le tracé à main levé (esquisse) i.e. sans instruments, sur un support, d'une figure à construire, permet aussi de rechercher une disposition équilibrée et harmonieuse des différentes unités géométriques qui la compose ; cependant nous devons être extrêmement vigilant sur le fait que cette esquisse ne soit pas entachée d'une erreur de configuration et qu'elle ne conduit pas à une situation particulière.
Nous devons ensuite savoir placer la figure à construire sur le support.

• Reprenons l'exemple précédent en ajoutant que cette esquisse est réalisée sur une feuille de papier blanc posée sur un bureau, à l'aide d'un crayon bien taillé.
Le tracé progressif de cette esquisse nous sert de guide dans l'étude de la cohérence du texte.
En s'appuyant sur les axiomes de Monsieur Choquet et des théorèmes qui en résultent, nous pouvons affirmer :



— un plan est non vide car il contient au moins deux droites distinctes ; ceci résulte de l'axiome des perpendiculaires, d'où l'existence de la droite considérée dans le texte.

- le complément d'une droite est non vide (ceci résulte des axiomes de structure affine et des perpendiculaires) ; d'où l'existence du point non situé sur la droite considérée.

- la perpendiculaire, passant par le point, à la droite considérée est unique : ceci résulte de l'axiome des perpendiculaires et de l'axiome d'incidence.

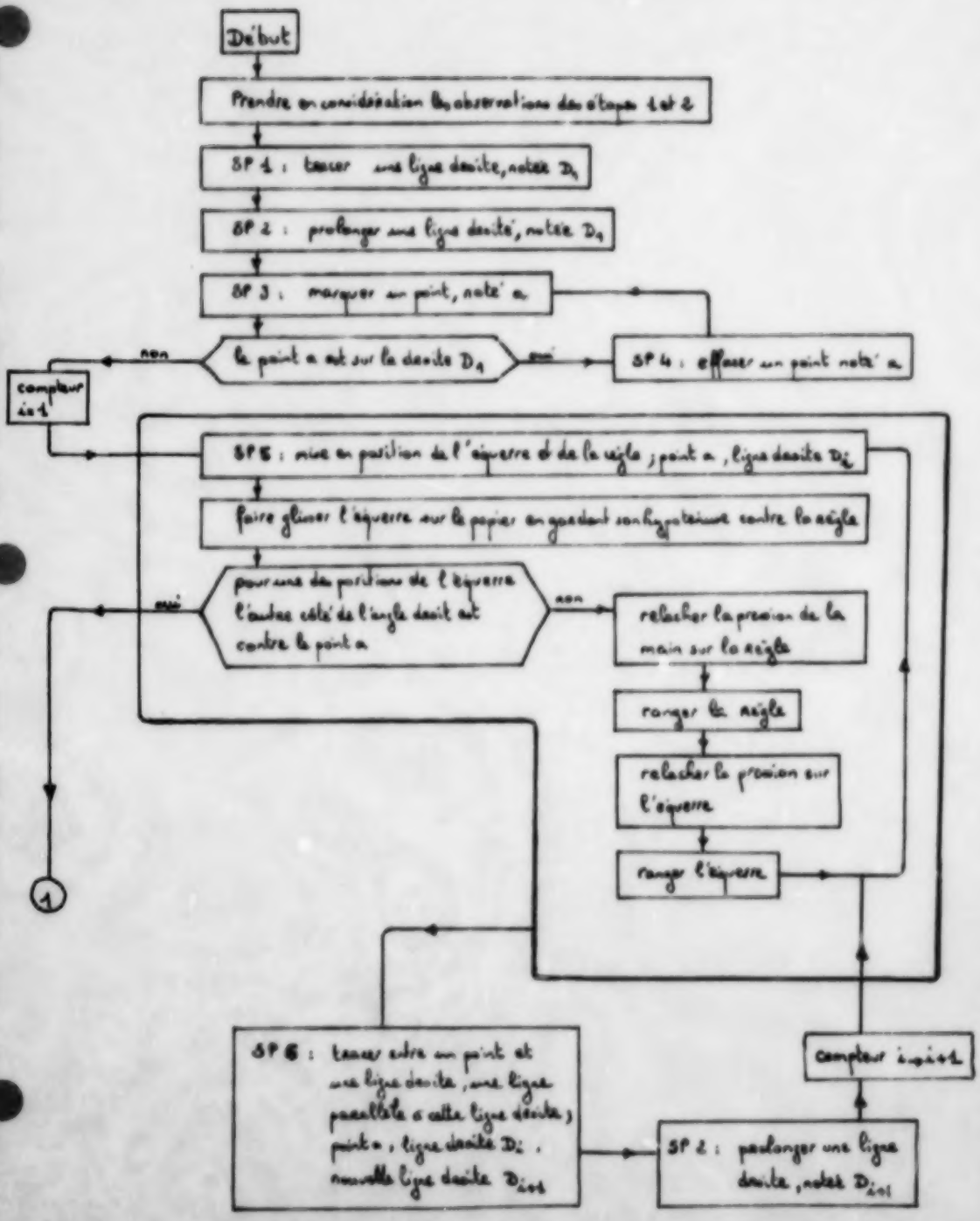
En conséquence, le texte est cohérent et la figure construite est conforme au texte.
Nous pouvons donc nous appuyer sur cette figure dans un éventuel développement du texte sous forme de question.

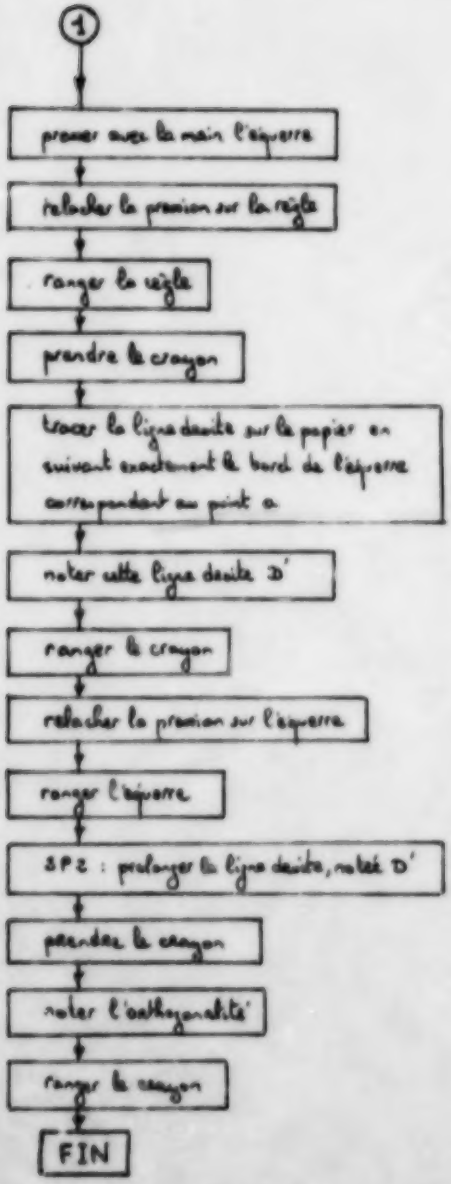
* Etape 3 : un organigramme de la construction de la figure

à titre d'exemple, proposons l'organigramme de la construction de la figure associé au texte proposé dans l'étape 1 et ajoutons que cette construction est réalisée sur une feuille de papier blanc posé sur un bureau, à l'aide d'un crayon bien taillé, d'une gomme propre et, d'une règle et d'une équerre non défectueuses.

les outils	
marqueur	un crayon bien taillé
effaceur	une gomme propre
instruments	une règle non défectueuse une équerre non défectueuse

Les outils sont rangés dans une boîte.


Début
Prendre en considération les observations des étapes 1 et 2
SP 1 : tracer une ligne droite, notée D_1
SP 2 : prolonger une ligne droite, notée D_1
SP 3 : marquer un point, noté a
le point a est sur la droite D_1
non
oui
SP 4 : effacer un point noté a
compteur i=1
SP 5 : mise en position de l'équerre et de la règle ; point a, ligne droite D_i
faire glisser l'équerre sur le papier en gardant son hypoténuse contre la règle
pour une des positions de l'équerre l'autre côté de l'angle droit est contre le point a
oui
non
relâcher la pression de la main sur la règle
ranger la règle
relâcher la pression sur l'équerre
ranger l'équerre
1
SP 6 : tracer entre un point et une ligne droite, une ligne parallèle à cette ligne droite ; point a, ligne droite D_i, nouvelle ligne droite D_{i+1}
SP 2 : prolonger une ligne droite, notée D_{i+1}
compteur i=i+1



SP : Sous-Programme .

SP 1 : tracer une ligne droite

1. Prendre la règle
2. appliquer la règle sur le papier
3. presser avec une main la règle
4. prendre crayon avec l'autre main
5. tracer une ligne sur le papier en suivant exactement un des bords de la règle
6. noter cette ligne droite
7. ranger le crayon
8. relacher la pression sur la règle
9. ranger la règle

SP 2 : prolonger une ligne droite

1. designer la ligne droite
2. prendre la règle
3. appliquer la règle sur le papier
4. si tout un bord de la règle est contre la ligne droite alors 13
5. presser avec une main la règle
6. prendre avec l'autre main le crayon
7. prolonger, sur le papier, la ligne droite en suivant exactement le bord de la règle qui lui correspond
8. ranger le crayon
9. relacher la pression sur la règle
10. si la ligne droite est prolongeable alors 13
11. ranger la règle
12. aller en 1
13. faire glisser la règle sur le papier le long de la ligne droite
14. aller en 4

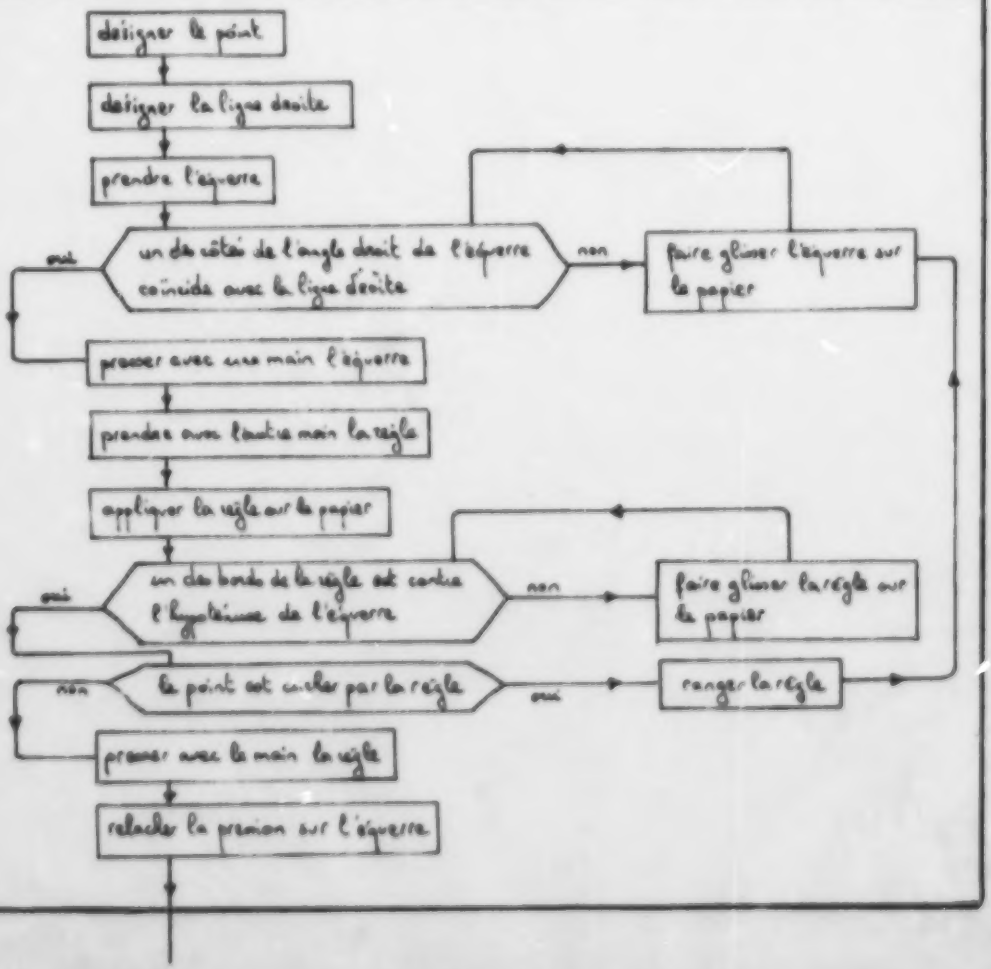
SP 3 : marquer un point

1. prendre le crayon
2. marquer un point sur le papier
3. noter ce point
4. ranger le crayon

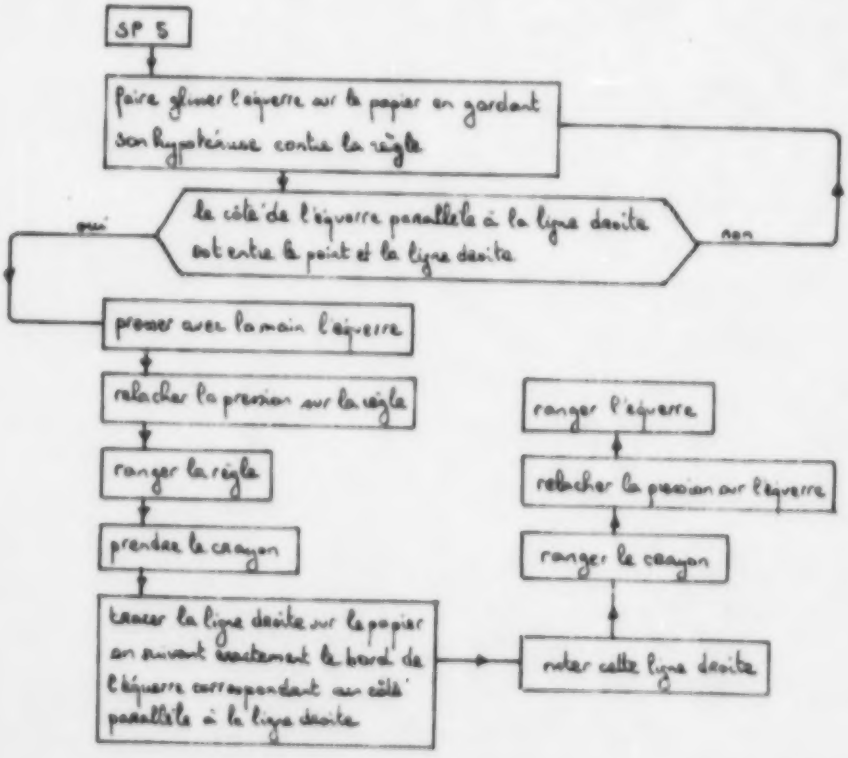
SP 4 : effacer une figure

1. désigner la figure
2. prendre la gomme
3. effacer la figure
4. ranger la gomme

SP 5 : mise en position de l'équerre et de la règle



SP 6 : tracer entre un point et une ligne droite une ligne parallèle à cette ligne droite



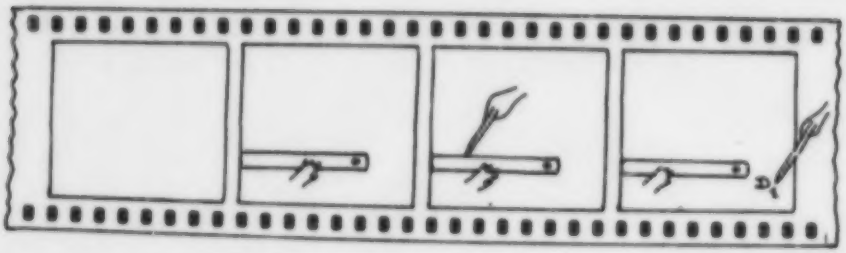
Remarques :
il ne faut pas confondre algorithme et organigramme et programme.
Un algorithme est une suite logique de prescriptions élémentaires effectuées en un nombre fini de pas en vue de résoudre un problème et une classe de problème ; rappelons que le mot algorithme provient de la déformation du nom du mathématicien arabe al. Hwârazmî (780 - 850).
L'algorithme étant un processus de pensée, on le représente par un graphique que l'on appelle organigramme.
La traduction d'un organigramme dans un langage informatique (basic, Pascal,...), puis son enregistrement sur disquette, par exemple, conduit à un programme.

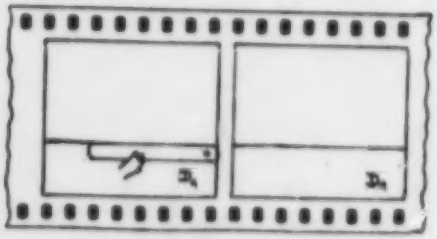
* Etape 4 : le film de la construction de la figure

La présence de tests conditionnels dans l'organigramme conduit à plusieurs variantes du film de la construction.
Pour présenter un film, on sélectionne une ou deux photos par image d'une variante ; la dernière photo correspond alors à la figure construite. Les photos sont regroupés en séquences qui recouvrent l'histoire de la construction ; notons que ces séquences correspondent grosso modo aux sous-programmes.

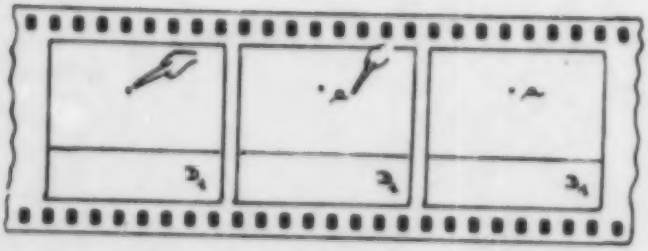
Dans l'exemple précédent, l'organigramme conduit à trois variantes du même film.
Présentons une variante :

Séquence 1 :

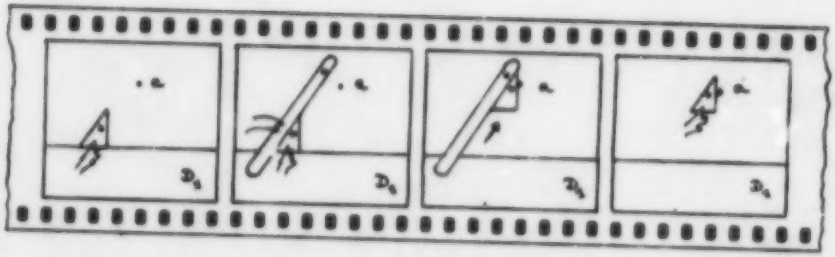


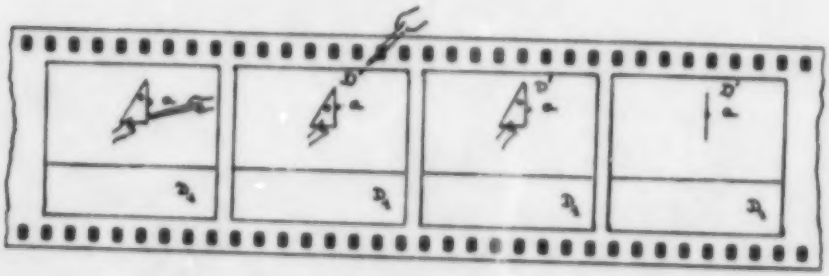


Séquence 2 :

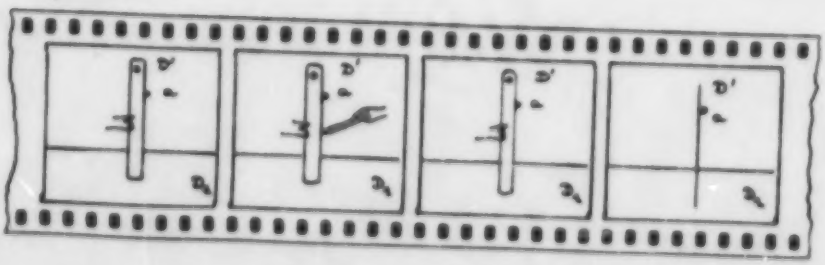


Séquence 3 :

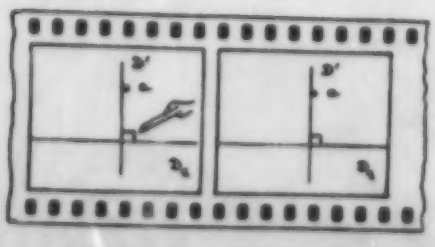




Séquence 4 :



Séquence 5 :



C. LA REGLE ET LE COMPAS

1. Remarque :

La construction d'une perpendiculaire à une droite au moyen d'une équerre n'est pas d'une grande précision ; il est préférable d'employer la règle et le compas.

2. Une constatation :

Les lignes les plus simples qui interviennent en géométrie sont la droite et le cercle, et les instruments les plus simples pour les construire sont la règle et le compas ; pour cette raison, nous pouvons dire que ces deux instruments sont connus et admis par toute la géométrie.

3. Un peu d'histoire :

Très tôt les grecs se sont intéressés aux constructions géométriques avec la règle et le compas, et dès le IV.ième siècle a.J.C., ils se sont heurtés à des problèmes que l'on ne peut résoudre avec ces deux instruments, comme la quadrature du cercle ou la trisection de l'angle.
Malgré son hostilité pour les figures et les instruments nécessaires pour les construire, Platon fait une exception en ce qui concerne la règle et le compas qui, à ses yeux, sont les seuls instruments à pouvoir exposer la symétrie de certaines configurations.
L'influence de Platon se retrouve dans les éléments d'Euclide (début du III.ième a.J.C.) où de nombreuses démonstrations intègrent une figure construite au moyen de la règle et du compas.
Rappelons que nous retrouvons le compas dans le célèbre tableau d'Albrecht Dürer, Mélancolie en 1514.

4. L'abbé Lorenzo Mascheroni (1750-1800) :

en 1796, au cours de la campagne d'Italie, le général Bonaparte rencontre Lorenzo Mascheroni, prêtre professeur de mathématiques à Pavie depuis 1786. Ce dernier, s'étant particulièrement intéressé à la recherche des constructions des figures à l'aide du compas uniquement, ne manqua pas de lui parler de ses travaux et lui posa le célèbre problème suivant, connu de nos jours sous le nom du problème de Napoléon :

" étant donné un cercle, rechercher son centre au moyen d'un compas uniquement ".

La nuit suffit, paraît-il, au général en chef de l'armée d'Italie pour en trouver une solution. De retour à Paris, Bonaparte soumet ce problème à l'Académie des sciences par l'intermédiaire de l'un de ses membres, le comte Léopard Monge, et demande à l'un de ses officiers, Carette, de traduire de l'italien, l'œuvre du brillant mathématicien. L'ouvrage est édité par Dupont en 1798 sous le titre de " Géométrie du Compas ".

5. Le théorème de Mohr-Mascheroni :

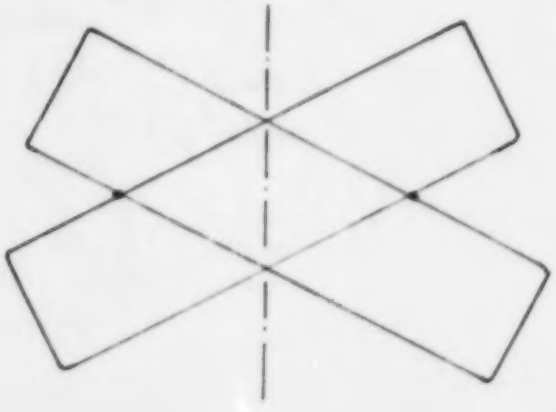
Georg Mohr en 1672 et Lorenzo Mascheroni en 1797 ont obtenu indépendamment l'un de l'autre le résultat qui fait l'objet du théorème énoncé de la façon suivante :

> Tout point d'un plan constructible à la règle et au compas est en fait constructible avec le compas seulement.

Rappelons que dans les constructions géométriques à la règle et au compas, on dispose de deux sortes de figures : les cercles (évidemment constructibles à l'aide du compas seul), et les droites que l'on construit à l'aide de la règle à partir de deux de leurs points.
La démonstration du théorème revient à démontrer que l'on peut trouver à l'aide du compas seul les points d'intersection de telles figures.

6. Avec une règle à bords parallèles :

avec une telle règle, il est possible de tracer la médiatrice d'un segment lorsque sa longueur est inférieure à la largeur du segment



7. Le théorème de Jacob Steiner (1796-1863).

célèbre géomètre suisse, Steiner s'est intéressé, entre autre, au problème de la construction des figures au moyen de la règle seule ; ses recherches sur ce point particulier aboutit au théorème suivant :

> tout point d'un plan, constructible à la règle et au compas, est en fait constructible avec la règle seulement à condition de se donner un cercle de ce plan.

Notons que nous pourrons nous dispenser d'un cercle auxiliaire dans la constructions des figures suivantes

- on trace avec la règle seule, la ligne droite joignant un point d'une feuille de papier au point d'intersection de deux lignes droites de cette feuille qui ne se rencontrent pas dans cette feuille.
- on trace avec le seul usage d'une règle trop courte, la ligne droite passant par deux points d'une feuille de papier.

8. Le support en tant qu'instrument et marqueur :

Lorsque le support est pliable, la feuille de papier par exemple, nous pouvons supprimer la règle ; cette propriété du support fait de lui un instrument qui nous permet par pliage d'obtenir un pli, i.e. une marque formée par un pli du support, représentant une droite.
Le théorème de Steiner se traduit de la façon suivante pour un support pliable :

> tout point d'un plan "pliable", constructible à la règle et au compas, est en fait constructible par pliage seulement à condition de se donner un carré de ce plan.

Notons que nous pouvons nous dispenser d'un carré auxiliaire dans la construction par pliage d'un triangle équilatéral (lorsque le support est une feuille de papier rectangulaire ou à bords quelconques).

D. L'ESPACE DES FIGURES

1. Marquer, tracer, construire :

rappelons que l'on marque un point et que pour construire une figure on fait appel à un algorithme représenté par un organigramme.
Notons pour être précis que l'on ne dessine pas une figure mais qu'on la trace.

2. Approximations :

Toute figure est approchée dans le sens où elle ne représente qu'imparfaitement une configuration (objet mental) qui, elle seule, est l'objet de la spéculation du géomètre ; cette approximation est dû aux outils utilisés lors de sa construction.
Notons que c'est pour cette raison que Platon et son école l'"Académie" ont rejeté les figures ; quant à Pascal (1623-1662), contestant de ce problème, il en parlait en disant que l'"art de la géométrie est de raisonner sur des figures fausses.
N'oublions pas que nous considérons volontairement des figures fausses lorsque nous raisonnons par l'absurde.
Nous parlerons de figures justes lorsque les figures construites sont conformes aux textes.

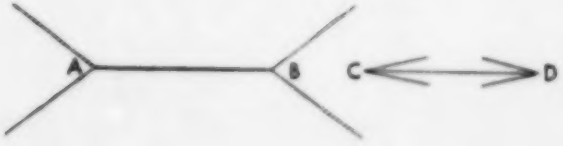
3. Rendu d'une figure :

une figure doit être claire, harmonieuse et équilibrée par le mise en jeu d'horizontales et de verticales quand cela est possible.
Elle doit être aussi soignée ; le crayon étant non recommandé en tant que marqueur à trace non stable, notre préférence doit aller aux de marqueurs à trace stable pour lesquels nous pouvons régler ou choisir l'épaisseur des traits ; ceci nous permet de différencier par l'épaisseur les lignes

de construction des lignes de la figure.

L'usage de la couleur contribue à cette différentiation et aussi à la mise en valeur des régions éventuellement évoquées dans les textes.
Il est préférable de colorier une région plutôt que de l'hachurer par des lignes qui selon leur orientations modifient la perception d'une figure comme en témoignent les exemples suivants.

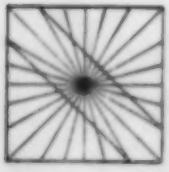
Ces conseils contribueront à rendre une figure intuitive et parlante.

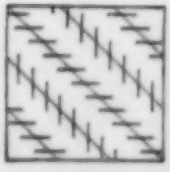


illusion de Müller-Lyer qui fait apparaître segments dont les extrémités sont complétés par deux petits segments, ayant l'un une forme concave et l'autre une forme convexe.

un carré hachuré par des lignes convergentes affecte une apparence trapézoïdale.

Autres illusions perceptives résultant de l'action du fond sur la figure :





4. Reproductibilité :

elle est assurée par l'organigramme dont l'élaboration, comme nous l'avons observé, est délicate et nécessite beaucoup d'attention et de vigilance. Rien ne peut nous dire si l'organigramme que nous avons proposé est opérant ou non ; seule la pratique par son expérimentation dans le temps que l'on peut apporter une réponse à cette question.
Avant de construire un organigramme complexe, il serait judicieux de connaître

. les différents verbes d'action

prendre	ranger
appliquer	faire glisser
appuyer	relâcher
tracer, marquer	effacer
nommer	renommer

. la différence entre diverses formes de contact comme adjacent à, coïncider, contigu à du point de vue statique et faire glisser le long de... du point de vue dynamique.

Il serait aussi nécessaire de savoir construire des organigrammes simples avant de passer à l'étape plus complexe de leur connexion.

8. Le support papier :

en 1799, Robert invente la première machine à papier continu qui permet d'obtenir des bandes de papier de 12 à 15m. Cette invention est reprise et perfectionnée par les anglais qui parviennent en 1804 à construire une véritable machine à papier continu.
En 1844, le saxon allemand Keller réussit à fabriquer de la pâte à papier à partir d'une "farine" de bois dont le traitement diffère de celui mis en service initialement par les chinois ; alors commence l'industrie lourde du papier.

Aujourd'hui, la production annuelle de papier correspond à une répartition uniforme de 25kg environ de papier par personne.

La croissance annuelle du bois, sur un hectare de forêt, étant évaluée à 850kg, le tirage d'un grand quotidien qui dévore 5t de papier, obtenable donc, en un jour, à bois nouveau que 6ha de forêt ne peuvent donner qu'en un an.
Cet exemple traduit, d'une certaine façon, la surconsommation de papier dans les pays développés et montre indirectement que la scolarisation standard des enfants du monde entier se heurterait au problème technique de l'approvisionnement en papier.

Le gisement papier étant limité, nous devons comprendre que le temps de son respect est venu.

3. L'ESPACE DES QUESTIONS

On peut s'étonner que le mathématicien se permette parfois des conjectures puisque son activité propre est, éminemment de démontrer et non d'anticiper sur les résultats (possibles) de démonstrations (possibles). Cependant, il est historiquement vrai que des mathématiciens ont énoncé des conjectures et que ces conjectures ont été prises en considération par les autres mathématiciens.

Raymond Queneau, Bordas, 1963.

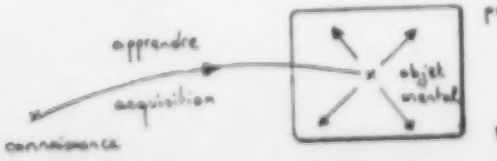
A. LA MEMOIRE

La mise en mémoire d'un objet mental sous forme de trace stable, en d'autres termes, apprendre, a lieu de manière indirecte. Elle ne résulte pas de l'impression d'un percept dans le réseau de neurones, comme un dessin dans la cire. L'interaction avec le monde extérieur ne provoque pas non plus l'entrée en activité d'une assemblée de neurones entièrement préétablie.

Le postulat de la théorie des Changeux consiste à dire "que le cerveau produit spontanément des représentations transitoires dont le graphe varie d'un instant à l'autre. Ces objets mentaux existent avant l'interaction avec le monde extérieur. Seules quelques-uns sont mis en mémoire et cette mémoire résulte d'une sélection".

La mémoire est donc le siège d'objets mentaux stables et de leurs possibilités combinatoires.

Nous disons qu'un objet mental de la mémoire est une connaissance mémorielle ou simplement une connaissance.



B. LES CATEGORIES DE BLOOM

1. Enoncés de géométrie :

avec son système arbitraire de signes, le langage sert d'intermédiaire entre le "langage de la pensée" et le monde extérieur. A la chaîne de pensée correspond une chaîne parlée ou écrite, en général non exempte, qui se décompose en phrases simples ou composées.
Les phrases simples sont celles qui traduisent un acte de pensée ayant un minimum de sens; on les appelle des propositions.
La raison et la passion étant les deux pôles qui déterminent l'état de tout sujet, on distingue deux ensembles de propositions :

- les propositions énonciatives qui expriment sans tension affective un fait positif ou négatif; elles sont purement intellectuelles.
- et les propositions affectives qui relèvent d'une volonté émotive l'expression d'un fait; parmi ces dernières, nous retiendrons pour notre étude les interrogatives et les impératives.

Nous observons que chacun des textes géométriques, que nous avons considérés précédemment, se présentent comme une suite de phrases ne mettant en jeu que des propositions énonciatives; dans une telle situation, un texte est un énoncé.

Nous désignerons par e un énoncé de géométrie et par $\mathcal{E}$ leur ensemble.

Notons que l'on peut toujours parler d'un énoncé.

2. Questions :

dans notre étude, une question est une demande faite à quelqu'un ou à soi même avec l'idée d'avoir un réponse active ou démonstrative.

3. Enoncé achevé :

• un enoncé qui s'enrichit d'une façon cohérente par les données supplémentaires qu'apportent des questions et dit evolutif.

• Notons qu'en pratique cette évolution a un terme dû au fait que le nombre de questions est fini ; à ce terme nous parlerons d'enoncé achevé ou plus simplement d'enoncé.

4. Questions compatibles :

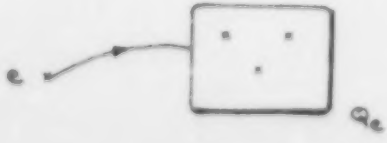
• une question dont la réponse dépend d'un enoncé ou de présupposés est dite compatible avec cet enoncé ou avec ces présupposés.

• une question compatible, ayant un minimum de sens, s'exprime dans la chaîne parlée ou écrite par une proposition interrogative ; une telle question porte en général sur l'existence d'un fait (création possible d'une connaissance) ou sur quelque aspect particulier de ce fait (vérification d'une connaissance).

• Par la suite, un enoncé sous-entendra un enoncé, éventuellement evolutif, avec des présupposés.

5. Questionnement relatif à un enoncé :

c'est le fait de se poser des questions compatibles, d'une façon aléatoire.
Notons que ces questions, qui apparaissent d'une façon aléatoire, ne peuvent être prévues à l'avance.
Un questionnement relatif à un enoncé e conduit à la construction progressive, par réunion, d'un ensemble Q_e de questions compatibles ; à chaque question, nous sommes en position de recherche comme l'indique la racine latine du mot questionnement.
Un questionnement relatif à un enoncé s'identifie à un ensemble de questions compatibles avec cet enoncé.



6. Questionnement :

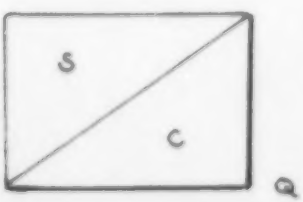
nous appellerons questionnement le couple (e, Q_e) où e est un énoncé et Q_e un ensemble de questions compatibles avec e.

7. Une partition de l'ensemble des questions :

la façon dont nous avons envisagé une question, nous conduit à une bipartition de l'ensemble Q des questions ; on distingue

- la classe S des questions simples qui visent à vérifier des connaissances
- et la classe C des questions complexes qui visent à créer des connaissances.

Ce classement dépend en fait du contenu de chaque mémoire individuelle.
Ces deux classes sont indépendantes des énoncés ; de même la paire $\{S, C\}$ est indépendante des mémoires individuelles.



Notons que nous envisageons ici la création de connaissances par rapport à la mémoire d'un individu et non par rapport à la mémoire universelle ; dans la première situation, il y a en général redécouverte et souvent découverte, alors que dans la deuxième situation il y a découverte et nous sommes dans le domaine de la recherche. La création la plus noble est celle qui conduit à créer un modèle non conforme aux précédents ; ce fut le cas pour Riemann, Lobachevsky avec les géométries non euclidiennes.

8. Les catégories de Bloom:

chaque énoncé met en jeu des connaissances et indirectement des présupposés qui sont aussi, en principe, des connaissances.
Dans l'optique d'un discours hypothético-déductif de la géométrie, chaque connaissance a
* une genèse qui détermine cette connaissance à l'aide d'autres objets mentaux par une propriété,
* un nom, son identité
* et un champ de possibilités combinatoires ; combinée à d'autres objets mentaux, elle donne éventuellement naissance à de nouveaux objets mentaux que l'on peut évaluer, sinon, nous obtenons quelques aspects particuliers de cette connaissance.

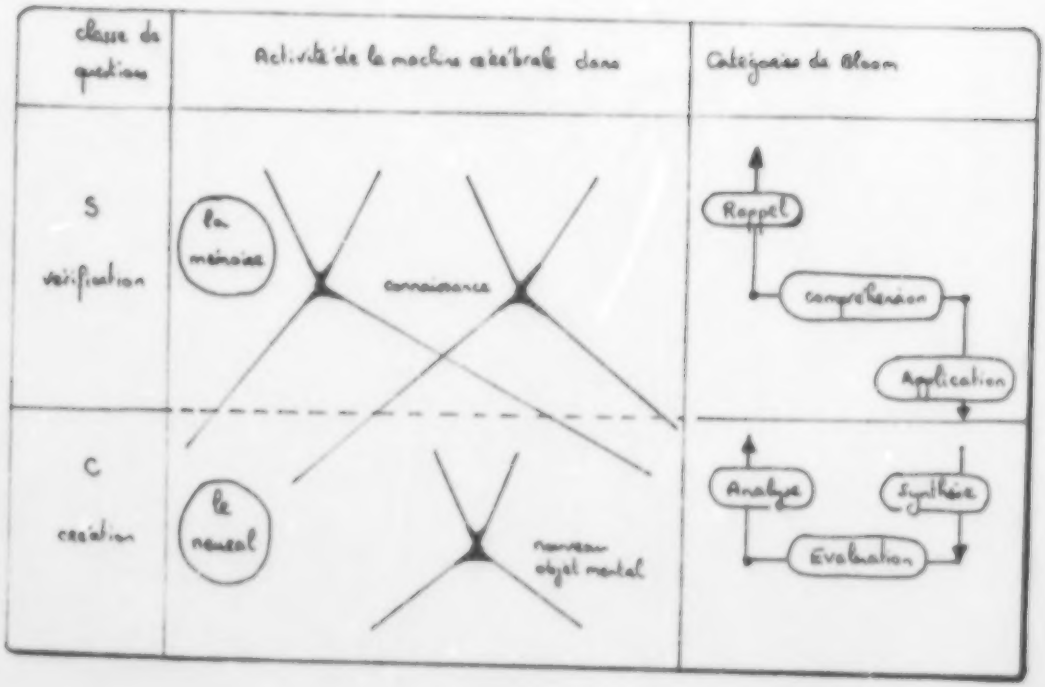
Du point de vue Gestaltiste, nous pouvons dire qu'un objet mental peut être appréhendé comme une forme (gestalt) qui se présente comme une fonction à deux variables x et y, notée $\sigma(x)(y)$;
* x a deux valeurs possibles : connu et inconnu relativement à un observateur - géomètre
* y a trois valeurs possibles : décomposition, présence et composition.

Cette gestalt prend six déterminations qui correspondent à l'activité de la machine cérébrale ; ces six déterminations conduisent à six catégories de questions.

y \ x	connu	inconnu
Décomposition	Rappel	Analyse
Présence	Compréhension	Evaluation
Composition	Application	Synthèse

L'ensemble des questions est donc partitionné en six classes que l'on appelle les catégories de Bloom ; ces catégories sont indépendantes des énoncés ; de même l'ensemble de ces catégories est indépendant des mémoires individuelles.

Neural
genèse
objet mental
champ de possibilités combinatoires


classe de questions
Activité de la machine cérébrale dans
Catégories de Bloom
S
vérification
la mémoire
connaissance
Rappel
compréhension
Application
C
création
le neural
nouvel objet mental
Analyse
Synthèse
Evaluation

C. LES QUESTIONS SIMPLES

Rappelons qu'une question simple a pour objet de vérifier des connaissances ; elle fait donc appel à la mémoire.

1. des questions de type SR :

* premier genre : recherche d'identité

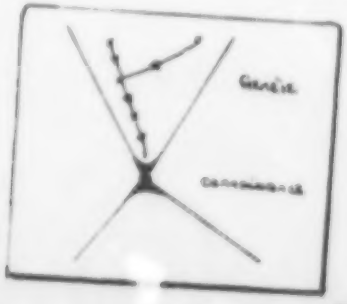
Exemple : • comment nomme-t-on la ... ?
• quel nom porte l'un par rapport à l'autre la ... ?

* deuxième genre : vérification d'identité

Exemple : • un rectangle ayant ses côtés égaux est-il un carré ?
• deux droites n'ayant aucun point commun sont-elles parallèles ou sécantes.

2 des questions de compréhension SC :

ce sont celles qui font appel à des acquisitions sociales de connaissances, ces données permettant de définir par une propriété une nouvelle connaissance.



* premier genre : description d'une connaissance

Exemples : • comment énonce-t-on l'axiome d'Euclide ?
• comment décrit-on cette figure ?

* deuxième genre : exposition des idées générales

Exemples : • comment justifiez-vous la définition suivante .... ?
• comment procédez-vous pour construire ..... ?
• Quelles sont les idées qui conduisent au théorème de ... ?

* troisième genre : comparaison d'une connaissance à d'autres

Exemples : • Qu'est-ce qui distingue un segment d'une droite ?
• y a-t-il une différence entre un cube en bois et un cube géométrique ?

3. des questions d'application SA :

ce sont celles qui font appel à des combinaisons simples de connaissances.

Exemples : • Quels rapports proportionnels sont-on sûrs dans cette situation ?
• Quelles sont les droites parallèles ?

D. LES QUESTIONS COMPLEXES

Rappelons qu'une question complexe a pour objet de créer des connaissances.

1. Les questions d'analyse CA :

Ce sont celles qui font appel à la recherche de cause, qui cheminent par déductions suivies d'un résultat inconnu.
On remarquera l'analogie avec l'analyse clinique.

Exemples :
- comment démontrer ... ?
- à quelle(s) condition(s) a-t-on ... ?
- quel est le théorème qui convient au niveau de cette déduction ?

2. Les questions de synthèse CS :

Ce sont celles qui font appel à la recherche d'une méthode à suivre pour obtenir un résultat supposé connu.
On remarquera encore l'analogie avec la synthèse clinique.

- Premier genre : proposer une conjecture
- deuxième genre : proposer une méthode

Exemples :
- comment procéder bien pour reconstituer un tissu qui a été déchiré en morceaux et les morceaux mélangés par un amateur de puzzle ?
- Comment doit-on s'y prendre pour démontrer le théorème de Steiner-Lehmus ?

3. Les questions d'évaluation CA :

ce sont celles qui font appel à l'appréciation

* premier genre : appréciation sur la nouvelle connaissance

Exemples :
- que peut-on penser de ... ?
- Quelle réflexion ce résultat vous inspire-t-il ?
- Quelle remarque ou critique peut-on faire ?

* deuxième genre : appréciation sur la méthode qui conduit à cette nouvelle connaissance

Exemples :
- peut-on améliorer cette méthode ?
- cette méthode est-elle originale ?
- Quelles sont les difficultés rencontrées dans cette démonstration ?
- Que peut-on penser de cette démonstration ?

* troisième genre : appréciation sur la méthode qui conduisent à une même nouvelle connaissance.

Exemples :
- cette démonstration est-elle plus rapide que celle de la page ... ?
- Quelles réflexions peut-on avoir en comparant ces deux démonstrations ?

* quatrième genre : appréciation portant sur la beauté d'une nouvelle connaissance ou d'une méthode qui conduit à cette nouvelle connaissance.

Exemples :
- Quelle beauté se dégage de ce résultat ?
- Pourquoi cette démonstration est-elle élégante ?
- Quelle est la meilleure démonstration du théorème de Pythagore ?

4. ESPACE DES EXERCICES ET DES PROBLEMES

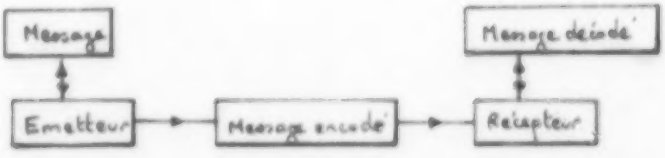
L'éducation mathématique n'est rien d'autre que le développement de l'activité mathématique, et il n'y a pas d'activités sans problèmes.

A. Krygowska.

A. INTERROGATION

1. Le modèle de Shannon (1913-) :

auteur de la théorie des communications, Shannon propose le célèbre schéma suivant



- L'émetteur (l'enseignant dans notre étude) lance un message (objet mental) à l'adresse d'un récepteur (un enseigné).
- Encodé par l'émetteur, le message est dans notre étude un énoncé avec tous ses présupposés.
- Décodé par le récepteur, le message résultant est en général différent du message initial.

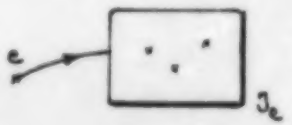
. Pour connaître les distorsions de ce dernier, l'émetteur interroge le récepteur.

Rappelons que encoder signifie traduire un message selon le code définissant une langue naturelle ou artificielle.

2. Extension de la notion de question :

La transformation d'une réponse à une question compatible avec un énoncé, en un ordre invitant un enseigné à rechercher cette réponse, nous conduit à étendre la notion de question à cet ordre particulier ; un tel ordre, ayant un minimum de sens, s'exprime dans la chaîne parlée ou écrite par une proposition impérative.

Exemples : . Tracer une figure ....
. Démontrer que ....
. Rédiger un énoncé associé à la figure ....



3. Interrogation relative à un énoncé :

c'est le fait de poser, à un enseigné, d'une façon aléatoire, des questions.
A chaque question, l'enseigné est en position de recherche.
Une interrogation relative à un énoncé e s'identifie à un ensemble $\mathcal{I}_e$ de questions compatibles avec e.

Rappelons que Socrate (470 - 399 a.J.C.), fils de sage-femme, avait élevé l'interrogation au niveau de l'art ; la maïeutique avait pour but d'accoucher les esprits des pensées qu'ils contiennent sans le savoir.
Au Moyen-Age, l'interrogation est employée comme technique oratoire par les scolastiques.
Aujourd'hui, les enseignants l'utilisent régulièrement comme technique d'apprentissage, mais bien peu, reconnaissons-le, l'envisage comme un art.

B. FORME D'UNE QUESTION

1. Questions ouvertes :

une question qui ne contient aucun élément de réponse est dite ouverte ; les réponses ne sont pas limitées.

Exemple : quelle est la nature du quadrilatère .... ?

2 Questions fermées :

une question qui contient au moins un élément de réponse ou un conseil (suggestion, indication) est dite fermée.
Il y a au plus deux choix possibles dans la réponse.

Exemples :
- montrer que le quadrilatère ... est un rectangle.
- Le quadrilatère ... est-il un rectangle ?
- En utilisant la translation ..., prouvez que .....

3. Questions dépendantes :

une question qui exprime clairement que la réponse dépend d'autre(s) question(s) est dite dépendante de cette (ou de ces) dernière(s); une question dépendante est donc une question fermée.

Exemples :
- en déduire que ....
- déduire de la question .... que ....

4. Questions qui freinent un énoncé :

toute question qui exprime une contrainte relativement à un énoncé.
Une telle question se décompose
* en une partie énonciative que l'on peut inclure dans l'énoncé évaluatif
* et en une question ouverte ou fermée.

Exemples : . dans le cas particulier où ..... , montrer que .... .
. On suppose .... : peut-on dire que .... ?
. Que se passe-t-il si .... ?

5. Questions qui relancent un énoncé :

toute question qui donne un nouvel élan à un énoncé.
Une telle question se décompose
* en une partie énonciative que l'on peut inclure dans l'énoncé évaluatif
* et en une question ouverte ou fermée.

Exemple : . soit ... un ... quelconque . Construire .....

6. Questions d'inertie :

une question qui ne freine, ni ne relance un énoncé est dite d'inertie.
Toute question qui freine ou relance un énoncé peut être transformée en une question d'inertie à condition de mettre en valeur l'évolution de l'énoncé.
Une question d'inertie est donc ouverte ou fermée

7. Forme d'une question d'intérêt :

du point de vue gestaltiste, nous pouvons dire qu'une question d'intérêt peut être appréhendée comme une forme (gestalt) qui se présente comme une fonction à deux variables x et y, notée q(x)(y) :

x a deux valeurs possibles : ouverte et fermée

y a six valeurs possibles : les six catégories de Bloom.

cette gestalt prend donc 12 déterminations.

C. CLASSEMENT DES INTERROGATIONS

1. Le cadre de cette recherche :

nous nous intéressons ici aux interrogations dont les questions ne sont plus aléatoires mais déterminées à l'avance ; lorsque les questions sont aléatoires, nous parlerons de questionnement et lorsqu'elles sont déterminées à l'avance d'interrogation.

2. Un ordre sur les catégories de Bloom :

en fonction des objectifs visés par chaque question, l'ensemble des catégories de Bloom peut être ordonné par la relation "est plus simple que", notée $<$.

Nous avons : $SR < SC < SA < CA < CS < CE$.

3. Une relation :

une diront que deux interrogations sont équivalentes si, et seulement si, elles mettent en jeu une même catégorie de questions et que les catégories restantes de questions éventuellement mises en jeu, sont plus simples.
Cette relation est d'équivalence sur l'ensemble des interrogations et elle permet de toutes les classer. Nous avons donc six classes différentes d'interrogations ; on pourra donc considérer des interrogations simples et des interrogations complexes.

D. L'ESPACE DES EXERCICES ET DES PROBLEMES

1. Rappels:

- exercice vient du latin exercitium ; c'est l'action d'exercer en mettant en usage, en employant.
- Problème vient du grec problêma ; c'est une question à résoudre portant soit sur un résultat inconnu à trouver à partir de certaines données, soit sur la détermination de la méthode à suivre pour obtenir un résultat supposé connu.
- Chaque interrogation vise par le biais des questions soit à vérifier ou à créer des connaissances.

2. Vers une définition:

- une interrogation mettant en jeu que des questions simples visant toutes à vérifier des connaissances est un exercice, et celle mettant en jeu au moins une question complexe visant à créer au moins une connaissance, est un problème.
- En conséquence, tout exercice et problème a un seul but.
- Voilà ce que nous retrouvons en projection les définitions proposées par le Ministère de l'Education du Québec en 1987 dans sa consultation sur la résolution de problèmes en mathématiques au secondaire.

3. Vers une terminologie:

- de la façon dont nous avons procédé, nous pouvons considérer :
  les exercices de rappel, de compréhension et d'application d'une part
  et les problèmes d'analyse, de synthèse et d'évaluation d'autre part.
- Un problème d'évaluation sera dit complet.
- Notons bien qu'un exercice ou problème peut avoir plus d'une catégorie de questions ou que des questions d'une même catégorie.

6. Graphe d'un exercice ou d'un problème :

. un graphe est un couple constitué par un ensemble X et par une relation Γ de X dans X ; les éléments de X sont appelés les sommets du graphe que l'on représente par des points et les couple (x,y) avec $y \in \Gamma x$, ceux du graphe que l'on représente par une flèche orientée.

. Les sommets du graphe d'un exercice ou d'un problème sont les questions et les arcs résultent de la relation de dépendance entre ces questions.

. Plusieurs idées intéressantes se présentent :

* rechercher le thème des graphes pour tous les exercices et problèmes proposés dans un manuel de géométrie.
* constater que certaines questions sont dépendantes d'autres lorsque cela ne soit pas formulée clairement
* proposer des problèmes accompagnés d'un graphe (notion de problèmes fermés).

Ce dernier point nous permettrait de mieux cerner encore le concept de problème et d'exercice.

7. Perspective :

Il serait maintenant judicieux de connaître les critères qui conduisent à retenir un exercice ou un problème pour un examen, un concours, un rallye, une olympiade.....

5. L'ESPACE DES NOTATIONS ET DES DEFINITIONS

J'useray de lignes jumelles d'une certaine longueur car rien n'est plus pareil que deux jumeaux.

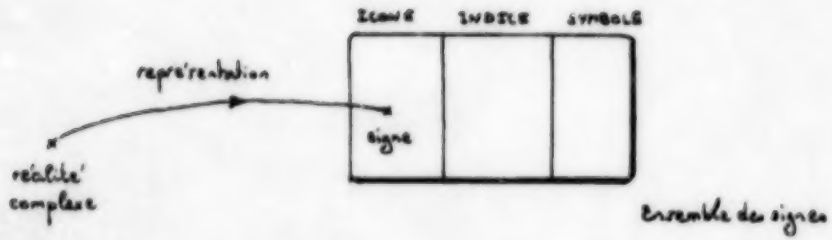
Robert Recorde (1557).

Nous avons constaté qu'il est possible d'associer un texte écrit en bon français à chaque figure. Cependant nous observerons que lorsque une figure est complexe, la rédaction du texte associé devient plus délicate. Nous devons donc penser à alléger cette rédaction par exemple en notant judicieusement la figure ou en définissant de nouvelles unités géométriques.

A. NOTATIONS DESIGNATIVES

1. Signe :

au sens le plus général, tout objet, forme ou phénomène (matériel) qui représente autre chose que lui même est un signe. Un signe est donc pris dans le sens de représentant.
Ce sens trop général demande des subdivisions, et nous accepterons celles qui ont été données par Charles Sanders Peirce : icone, indice, symbole.



Les lettres qui sont des signes alphabétiques ont été utilisées dès le début de la géométrie grecque pour désigner des points, des droites, ...

2. Icone :

Un signe est un icone lorsqu'il existe une similitude de fait entre le représentant et le représenté.

Voici une liste non exhaustive d'icones utilisés en géométrie élémentaire :

•	représente un point
———	représente une droite
⊙	représente un cercle et son centre

Une figure représentant fidèlement une configuration évoquée dans un texte est une icone.

3. Indice :

Un signe est un indice lorsqu'il implique un environnement (naturellement ou par culture) un autre fait.

La réduction graphique d'un mot ou d'un groupe de mots revenant plusieurs fois dans un texte afin de rendre l'écriture plus rapide est une abréviation. Les lettres conservées sont les initiales éventuellement augmentées d'autres lettres prises dans différentes parties des mots que l'on veut abréger, ceci pour éviter les confusions.

Une abréviation est donc un indice au sens de Peirce.

<u>Exemples d'abréviations</u> :

adj.	pour	adjacent(s)
alt.-ext.	pour	alterne(s) - externe(s)
c.a.c	pour	un angle égal compris entre deux côtés respectivement égaux.
C.Q.F.D	pour	ce qu'il fallait démontrer.

4. <u>Symbole</u> :

un signe est un symbole lorsqu'il est conventionnel et employé intentionnellement.
Cette définition au sens de Peirce exclut donc tout représentation par analogie.
Nous retenons ici l'usage anglo-saxon (symbol), non saussurien, de ce terme, dans l'usage courant, repris par Saussure, les symboles sont des représentations le plus souvent iconique, partiellement motivé, quoique conventionnel. (par motivé, on entend des mots dont le sens peut être déduit de leurs composantes).

Voici une liste non exhaustive de symboles utilisés en géométrie élémentaire :

$\frown$	arc $\overset{\frown}{AB}$
$=$	est égal à
$\perp$	est perpendiculaire à
$/\!/$	est parallèle à
$\triangle$	triangle
$\square$	parallélogramme

notons qu'il y a analogie entre $\triangle$ et la figure du triangle en géométrie euclidienne ; cette analogie disparaît dans le cadre des géométries ; c'est à ce niveau qu'il faut se placer pour saisir la définition de Peirce.

5. Notation désignative :

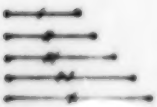
- c'est l'action et la manière de représenter par un système de signes conventionnels (symboles) des concepts ; c'est aussi ce qui est noté.
- La notation n'est pas unique. Elle n'a aucune importance vis à vis d'une configuration ; cependant elle permet de mieux comprendre la situation envisagée.

Voici une liste non exhaustive de notations géométriques :

segment ouvert à gauche, fermé à droite

droites orthogonales

demi-droites orthogonales

 isométrie

Une minuscule du début (resp de la fin) de l'alphabet français désigne un point fixe (resp un point variable).

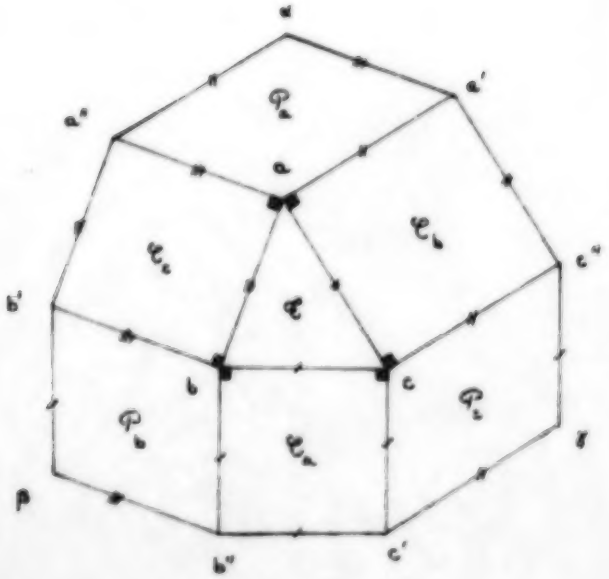
Une majuscule scripte " " " " " " " " " " " une droite "
(" une droite " ").

Une majuscule anglaise désigne une figure.

Une suite de points fixes seront notés par une minuscule indicée.

Lorsque l'alphabet français ne suffit pas (épuisement des lettres ou non), on peut passer par souci d'esthétique à l'alphabet grec.

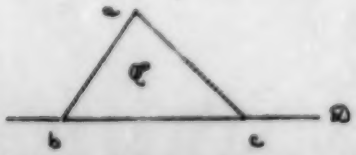
Exemple : figure de Vasten



Remarquons que par permutation circulaire des lettres a, b et c, nous passons d'un carré à un autre ainsi que d'un parallélogramme à un autre.

6. Remarques :

. une même unité géométrique peut avoir deux notations désignatives :



$\mathcal{P}$ = Δabc

$\mathcal{D}$ = D(b,c)

. Il faut veiller à la non redondance des notations portées sur une figure.

B. DEFINITIONS

1. Rappels :

- définir un concept mathématique, c'est le déterminer à l'aide de concepts connus et de lui attribuer un nom.
- Une définition comporte habituellement deux parties :
  - * une partie formée d'un avertisseur (on appelle, par définition) et du mot à définir
  - * et d'une partie formée de la définition proprement dite, c.à.d., un référentiel, et une propriété.
- L'avertisseur joue un rôle essentiel dans la mesure où il distingue la définition du concept de l'affirmation gratuite.

- Exemple : par définition, un carré est un rectangle ayant ses côtés égaux.

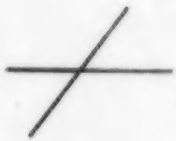
  avertisseur — mot à définir — référentiel — propriété

2. Des noms de figures :

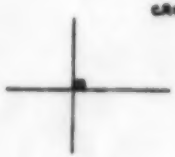
- Les noms des unités géométriques se sont fixés en France, à partir du XII et XVII-ième siècle. Au Moyen-Age, on disait encore souvent trigone pour triangle, tétragone pour quadrilatère, on disait aussi rhombe à la place de losange. Mais ensuite l'image d'origine latine a supplanté celui du grec.

. L'activité de résolution des exercices et des problèmes conduit souvent l'enseignant à donner des noms à des figures qui reviennent souvent.
En dehors de la terminologie usuelle retenons les figures suivantes :

croix



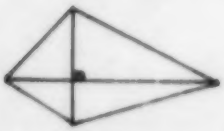
croix droite



pointe de flèche

cerf-volant

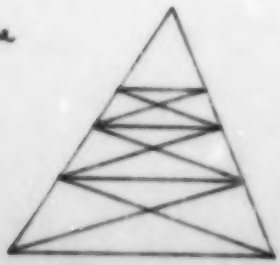
orthogonale ou quadrilatère orthogonal



papillon

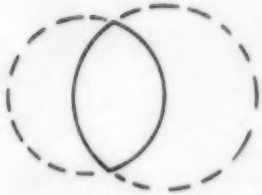
dents de scie

pylône



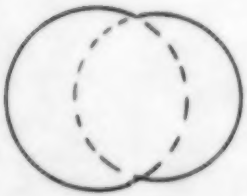
lunule ou croissant

boucle ou grain d'orge

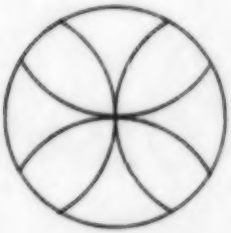


fer à cheval

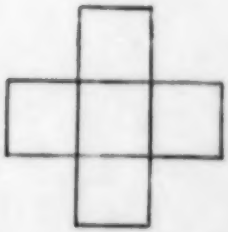
navet



croix de Malte



croix grecque



C. APPLICATIONS

1. Allégement du premier type d'un énoncé:

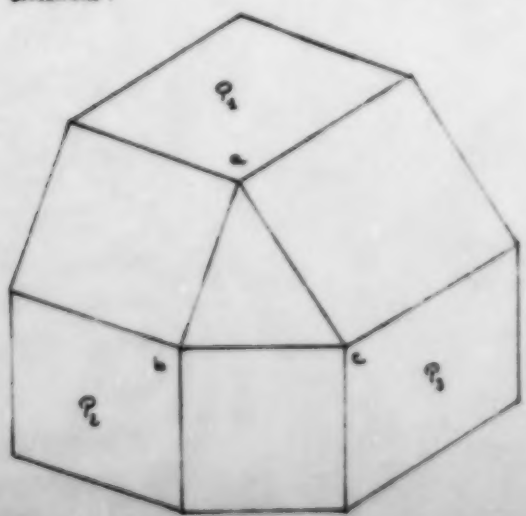
cet allégement prend en compte une notation désignative de la figure

Exemple: dans un plan $\mathcal{P}$, on considère un triangle abc non dégénéré. On construit à l'extérieur de ce triangle les carrés $aca''a'$, $baa''b''$ et $cbb''c'$, puis les parallélogrammes $aa'a''a$, $bb'b''b$ et $cc'c''c$.

2. Allégement du second type d'un énoncé:

cet allégement prend en compte une notation désignative et une figure

Exemple: soit abc un triangle quelconque. Sur chacun de ses côtés, on construit un carré. Construisons ensuite les parallélogrammes $\mathcal{P}_1$, $\mathcal{P}_2$ et $\mathcal{P}_3$ comme le montre la figure ci-dessous.



3. Allégement du troisième type d'un énoncé :

cet allégement prend en compte le nom d'une figure.

Exemple : dans un plan, on considère la figure de Vesten.

4. Une constatation :

nous observons, à la lecture de manuels de géométrie, que les allégements du premier type sont les plus fréquents.

Exemple : l'étude du livre : les mathématiques par les problèmes de Mohammed Akkar nous conduit aux résultats suivants :

énoncé	allégement		
	1er type	2ième type	3ième type
16%	61%	16%	7%

Notons cependant que plus le manuel de géométrie est ancien (début du siècle) plus les énoncés ne sont pas allégés.

REFERENCES

1. Bloom, Taxonomie Cognitive.
2. Gagnon, Marc, Questionnement, Université de Montréal, août 1982.
3. Francès, Robert, La perception, Que sais-je, PUF, 1963.
4. Changeux, J.P., L'homme neuronal, Pluriel, 1983.
5. Mascheroni, L., Géométrie du compas, Monom. 1798.
6. Akkar, M., Les mathématiques par les problèmes, Sochepress, 1985.
7. Les Frères de l'instruction chrétienne, Géométrie plane, Canada, 1961.
8. Mounin, G., Dictionnaire de Linguistique, PUF.

TABLE DES MATIERES

Introduction 1

Chapitre 1. L'espace des textes 2
A. Exemples 3
1. La maison de Nicolas 3
2. La figure de Vecten 3
3. La figure d'Abul Wafa 4
4. Un patron du cube 4
5. Une faise 5
6. Triangles emboités 5
7. Des carrés et des arcs emboités 6
8. Un dossier 6

B. D'une figure à un texte 7
1. Des unités mentales 7
2. La dynamique des unités mentales 7
3. Formes 8
4. La Gestalt 8
5. Des objets mentaux 9
6. Le langage 10
7. Textes 10

C. Textes de géométrie plane 11
1. Des unités géométriques 11
2. Des relations 11
3. Caractéristiques d'un texte 16

D. Enseignements 17

Chapitre 2. Espace des figures 18
A. Un texte et une figure associés 18
B. d'un texte à une figure 19
1. Savoir écrire un texte 19
2. Savoir lire un texte 19
3. Des supports 19
4. Des outils 21
5. Construction d'une figure 27

C. La règle et le compas 38
1. Remarque 38
2. Une constatation 38
3. Un peu d'histoire 38
4. L'abbé Mascheroni 39
5. Le théorème de Mohr-Mascheroni 39
6. Avec une règle à bords parallèles 40
7. Le théorème de Steiner 40
8. Le support en tant qu'instrument et marqueur 41

D. L'espace des figures 42
1. Marquer, tracer, construire 42
2. Approximations 42
3. Rendu d'une figure 42
4. Reproductibilité 44
5. Le respect du support papier 45

Chapitre 3. L'espace des questions 46
A. La mémoire 46
B. Les catégories de Bloom 47
1. Énoncés de géométrie 47
2. Questions 47
3. Énoncés achevés 48
4. Questions compatibles 48
5. Questionnement relatif à un énoncé 48
6. Questionnement 49
7. Une partition de l'ensemble des questions 49

2. Les catégories de Bloom 50

C. Les questions simples 52
1. Les questions de rappel SR 52
2. Les questions de compréhension SC 52
3. Les questions d'application SA 53

D. Les questions complexes 54
1. Les questions d'analyse CA 54
2. Les questions de synthèse CS 54
3. Les questions d'évaluation C 55

Chapitre 4. Espace des exercices et des problèmes. 56
A. Interrogation 56
1. Le modèle de Shannon 56
2. Extension de la notion de question 57
3. Interrogation relative à un énoncé 57

B. Forme d'une question 58
1. Questions ouvertes 58
2. Questions fermées 58
3. Questions dépendantes 58
4. Questions qui précisent un énoncé 59
5. Questions qui relancent un énoncé 59
6. Questions d'inertie 59
7. Formes d'une question d'inertie 60

C. Classement des interrogations 61
1. Le cadre de cette classification 61
2. Un ordre sur les catégories de Bloom 61
3. Une relation 61

D. L'espace des exercices et des problèmes 62
1. Rappels 62
2. Versions définition 62
3. Versions terminologie 62

6. Exemple d'une exercice ou d'un problème 63
7. Perspective 63

Chapitre 3. Corpus des notations et des définitions 64
A Notations désignatives 64
1. Signe 64
2. Icone 65
3. Indice 65
4. Symbole 66
5. Notation désignative 67
6. Remarques 68

B. Définitions 69
1. Rappels 69
2. Des noms de figures 69

C. Applications 72
1. Allégement du premier type d'un acte 72
2. Allégement du second type d'un énoncé 72
3. Allégement du troisième type d'un énoncé 73
4. Une constatation 73

Références. 74
Table des matières. 75